

ДИФРАКЦИЯ И РАССЕЯНИЕ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

УДК 548.73

РЕНТГЕНОВСКИЙ ФАЗОВО-КОНТРАСТНЫЙ МИКРОСКОП: ТЕОРИЯ И КОМПЬЮТЕРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

© 2022 г. В. Г. Кош^{1,2,*}¹ *Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия*² *Институт кристаллографии им. А.В. Шубникова ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН, Москва, Россия*

*E-mail: kohnvict@yandex.ru

Поступила в редакцию 29.01.2022 г.

После доработки 29.01.2022 г.

Принята к публикации 26.02.2022 г.

Теоретически анализируется новый метод рентгеновской микроскопии с использованием синхротронного излучения. Метод использует идею фазового контраста в ближнем поле и идею нанофокусировки с помощью планарной составной преломляющей линзы, которая создает вторичный источник с малым поперечным размером на небольшом расстоянии от образца. Выполнен компьютерный эксперимент по изображению двумерного фотонного кристалла с периодом 0.5 мкм. Разработана универсальная программа для проведения компьютерных экспериментов в области когерентной рентгеновской оптики. Показано, что метод обладает высоким разрешением, локальностью, большой светосилой и слабо чувствителен к поперечному размеру реального источника синхротронного излучения. Экспериментальная установка может иметь небольшие размеры. Можно получить увеличение изображения более чем в 100 раз.

DOI: 10.31857/S0023476122060133

ВВЕДЕНИЕ

Рентгеновская когерентная оптика широко используется в научных исследованиях с середины 90-х годов прошлого века, после того как появились источники синхротронного излучения (СИ) третьего поколения, первым из которых был европейский источник в г. Гренобле (Франция). Из списка методов, получивших развитие за последние 25 лет, отметим метод фазово-контрастного изображения микрообъектов [1] и метод фокусировки пучка СИ составными преломляющими линзами (СПЛ) [2].

В течение ста лет после открытия рентгеновского излучения в медицине и диагностике материалов использовали методы изображения, основанные на поглощении излучения объектами большого размера без заметного преломления, т.е. изменения траектории лучей. Контраст поглощения объектами малых размеров (менее 50 мкм), состоящими из легких атомов, очень слабый. Когерентное излучение позволяет регистрировать контраст, возникающий при неоднородном преломлении лучей в объекте, если измерять интенсивность СИ на некотором расстоянии от объекта. Сильный контраст можно получить при быстром изменении фазы волны всего лишь на $\pi/4 = 0.785$. Например, в кремнии такой сдвиг фазы при энергии фотонов $E = 12.4$ кэВ реализу-

ется на толщине 4 мкм вдоль направления пучка СИ. Слабый контраст можно получить на толщинах меньше 1 мкм.

В стандартном методе фазового контраста используется широкий пучок СИ, позволяющий засвечивать большой объем кристалла. Это удобно, например, при изображении микропустот в объеме кристалла карбида кремния [3], когда местоположение объекта внутри образца заранее неизвестно. Из теории следует, что дифракция излучения на объектах с ограниченным поперечным сечением, размер которого D , дает принципиально разные изображения в зависимости от расстояния z_1 между объектом и детектором. От расстояния зависит диаметр первой зоны Френеля $D_f = 2(\lambda z_1)^{1/2}$. Здесь и далее $\lambda = hc/E$ – длина волны СИ после прохождения через монохроматор, h – постоянная Планка, c – скорость света.

Если $D \gg D_f$ (ближнее поле), то интенсивность изменяется только на краях объекта, и его поперечный размер можно определить непосредственно. Если $D \ll D_f$ (дальнее поле), то интенсивность излучения, регистрируемая детектором, равна квадрату модуля функции, которая представляет собой преобразование Фурье волновой функции излучения сразу после объекта, дополнительно измененной в процессе интерференции части излучения, рассеянного объектом, и части

излучения, прошедшего мимо объекта. Промежуточный интервал расстояний относят к дифракции Френеля, которая носит более сложный характер.

Дальнее поле рассматривают в методе когерентного дифракционного имиджинга [4]. Для подавления интерференции и увеличения когерентности используют узкий пучок, ограниченный щелью. Очевидно, что для непосредственного определения поперечных размеров микрообъекта наиболее предпочтительно ближнее поле. Однако в этом случае существуют две проблемы. Во-первых, расстояние, на котором выполняется условие ближнего поля, весьма мало и может быть порядка десятых долей миллиметра.

Во-вторых, размер микрообъекта настолько мал, что его невозможно измерить детектором даже с максимально высоким на данный момент разрешением ~ 0.5 мкм. Следовательно, изображение надо увеличивать. Аналогом фокусирующих линз оптики видимого света являются рентгеновские СПЛ, на основе которых можно создать стандартный микроскоп [5]. Такой микроскоп работает на основе формулы линзы

$$z_0^{-1} + z_1^{-1} = z_f^{-1},$$

где z_0 – расстояние между СПЛ и местом, в котором “изображается” интенсивность СИ, z_1 – расстояние между СПЛ и детектором, установленным после СПЛ, z_f – фокусное расстояние СПЛ. Обычно “изображается” интенсивность СИ на небольшом расстоянии после объекта, но перед СПЛ. Микроскоп способен увеличивать любое неоднородное распределение интенсивности.

Преимуществом указанного метода является то, что изображение получается сразу и с высоким разрешением, которое определяется только размером пучка СИ в фокусе СПЛ. Фактор увеличения, т.е. отношение размера изображения к размеру объекта, $M = z_1/z_0$. С учетом того, что z_0 должно быть больше z_f и фокусное расстояние СПЛ не очень мало, такая схема имеет большой продольный размер.

Так, в [5] $z_0 = 0.25$ м, $z_1 = 6$ м. Удалось получить двумерное изображение фотонного кристалла с периодом 300 нм. Как было теоретически показано позднее [6, 7], фазово-контрастное изображение большого фотонного кристалла сохраняет его периодичность, но само изображение очень быстро меняется с увеличением расстояния после объекта, и даже эффект Тальбота [8] наблюдается на относительно малом расстоянии.

В настоящей работе теоретически исследована другая схема микроскопа, которая значительно проще и компактнее схемы на основе формулы линзы. Для ее успешного применения необходимо иметь нанофокусирующую СПЛ, т.е. пучок в фокусе должен иметь минимально возможные

размеры. Такие линзы в настоящее время изготавливают на поверхности кремния методами микроструктурирования (например, [9–11]). Они фокусируют пучок СИ только по одному направлению и называются планарными. Новая схема микроскопа использует стандартную схему фазового контраста в ближнем поле, но в перевернутом виде. Источник и образец устанавливают на малом расстоянии (z_0), а структура получаемого изображения почти не зависит от расстояния до детектора, установленного после образца (z_1). Важным преимуществом такой схемы является то, что размер изображения быстро увеличивается с ростом расстояния z_1 .

Обеспечить указанные условия с помощью реального источника СИ невозможно. Поэтому предлагается использовать вторичный источник, который возникает в фокусе СПЛ. Разрешение такой схемы зависит от размера пучка СИ в фокусе СПЛ и от угловой расходимости СИ после фокусировки.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ И ПАРАМЕТРЫ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА

Для иллюстрации идеи предлагаемого метода рассмотрим хорошо известную теорию фазового контраста. Когерентное СИ излучают отдельные электроны на орбите, но излучение разных электронов некогерентно. Планарные СПЛ фокусируют излучение только по оси x , поэтому рассмотрим плоскость (x, z) . Координату точечного источника обозначим как x_s . Волновую функцию СИ, т.е. напряженность электрического поля после прохождения монохроматора, представим в виде произведения быстрой и медленной функций

$$E(x, x_s, t) = \exp(ikz - i\omega t)A(x, x_s, \omega), \quad (1)$$

где t – время, $k = 2\pi/\lambda$, $\omega = c/k$, медленная функция равна

$$A(x, x_s) = \int dx_0 P(x - x_0, z_1) T(x_0) P(x_0 - x_s, z_0). \quad (2)$$

В формуле (2) z_0 и z_1 – расстояния источник–объект и объект–детектор соответственно. Пропагатор Френеля

$$P(x, z) = (i\lambda z)^{-1/2} \exp(i\pi x^2 / \lambda z) \quad (3)$$

позволяет вычислить распространение пучка СИ в пустом пространстве. Он представляет собой поперечную часть сферической волны в парааксиальном приближении. Микрообъект описывает трансмиссионная функция

$$T(x) = \exp(-ik[\delta - i\beta]t_0(x)), \quad (4)$$

где $\delta - i\beta = 1 - n$, n – комплексный коэффициент преломления СИ в материале микрообъекта, $t_0(x)$ –

профиль толщины микрообъекта вдоль оси z при заданной координате x .

Формула (2) имеет наглядный физический смысл. Излучение из точки x_s проходит расстояние z_0 , затем проходит объект. Прохождение расстояния z_1 до детектора учитывается сверткой пропагатора Френеля и волновой функции согласно принципу Гюйгенса–Френеля. Используя математику и свойство пропагатора Френеля (3), это уравнение можно преобразовать к другой форме, а именно:

$$A(x, x_s) = P(x - x_s, z_t) a_i(x_i, z_i), \quad (5)$$

$$a_i(x_i, z_i) = \int dx_0 P(x_i - x_0, z_i) T(x_0), \quad (6)$$

$$\begin{aligned} z_t &= z_0 + z_1, & z_i &= z_0 z_1 / z_t, \\ x_i &= (z_0 / z_t) [x + x_s (z_1 / z_0)]. \end{aligned} \quad (7)$$

Первый множитель в (5) не влияет на распределение интенсивности и только масштабирует его обратно пропорционально полному расстоянию z_t . А второй множитель зависит от поперечной координаты и расстояния в собственной системе координат изображения.

В стандартных условиях эксперимента на источнике СИ выполняется условие $z_0 \gg z_1$. При этом z_t очень мало отличается от z_1 , лишь немного меньше. Условие ближнего поля можно обеспечить, уменьшая расстояние z_1 . В этом случае координата x_i очень мало отличается от реальной координаты x , и изображение не увеличивается. Как уже отмечено выше, такие условия не годятся для изображения микрообъектов. Более привлекательным является обратное условие $z_0 \ll z_1$. В этом случае z_i почти равно z_0 , а $x = (z_i / z_0) x_i$, если $x_s = 0$. То есть условие ближнего поля не зависит от z_1 . Следовательно, изображение примерно сохраняется при увеличении расстояния между объектом и детектором, а вот его размер пропорционален z_1 , и можно добиться весьма сильного увеличения.

Проблема в том, что реальный источник придвинуть близко к образцу невозможно. Более того, размеры его проекции также будут сильно увеличены, что полностью испортит качество изображения. Проблему можно решить, используя нанофокусирующую СПЛ. Для этого в стандартную схему фазового контраста необходимо ввести еще один элемент перед образцом. Аналитическая теория фокусировки СИ с помощью нанофокусирующей СПЛ была развита в [12, 13] для случая, когда эффективная апертура СПЛ в 2 раза меньше реальной апертуры. Недавно [14, 15] был развит алгоритм учета реальной апертуры СПЛ для жесткого излучения, когда указанное выше условие не выполняется.

Известно, что теория когерентной рентгеновской оптики на основе уравнений Максвелла и квантовой теории взаимодействия излучения с веществом описывает экспериментальные результаты с весьма высокой точностью при условии, что все параметры эксперимента и образца точно известны (например, [16]). Если какой-либо из параметров точно неизвестен, то его можно определить из сравнения эксперимента с расчетом (например, [17]). Для проведения компьютерных экспериментов в области когерентной рентгеновской оптики автором разработана универсальная компьютерная программа XRWP1 на собственном языке программирования ACL, который исполняет программа-интерпретатор vkACL.jar, написанная на языке Java. Интерпретатор и описание языка можно свободно получить в интернете [18].

Для иллюстрации возможностей нового метода фазового контраста были выбраны следующие параметры компьютерного эксперимента: энергия фотонов СИ $E = 25$ кэВ, расстояние от источника СИ до СПЛ $z_s = 50$ м, параметры СПЛ взяты из реального эксперимента [11]: апертура $A = 50$ мкм, радиус кривизны параболической поверхности $R = 6.25$ мкм, длина одного двояковогнутого элемента $p = 102$ мкм, всего СПЛ имеет 150 элементов. С помощью онлайн-программы [19] легко определить, что фокусное расстояние такой СПЛ $z_f = 2.1664$ см, в то время как длина самой СПЛ $L = 1.53$ см. Эффективная апертура СПЛ равна $A_e = 18$ мкм, что удовлетворяет условию $A_e < A/2$, при котором реальная апертура не влияет на результат.

Размер (полуширина кривой интенсивности) пучка в фокусе w_b для точечного источника (дифракционный предел) без учета апертуры [19] равен 39 нм, а более точный расчет по программе XRWP1 с учетом апертуры дает 40 нм. Для реализации условия ближнего поля необходимо придвинуть образец как можно ближе к фокусу СПЛ. Но при этом возникает проблема конечной угловой расходимости пучка СИ после фокусировки. Из теории известно, что в указанных условиях профиль интенсивности в фокусе имеет вид гауссиана, а фаза равна нулю. Угловая расходимость пучка может быть вычислена методом преобразования Фурье. Она полностью определяется размером пучка в фокусе, имеет вид гауссиана, и ее полуширина равна

$$w_a = (2 \ln 2 / \pi) (\lambda / w_b) = 0.4413 (\lambda / w_b). \quad (8)$$

Для указанных выше параметров ($w_b = 40$ нм, $\lambda = 0.0248$ нм) из (8) получаем $w_a = 2.74 \times 10^{-4}$ рад.

Образец показан на рис. 1. Он представляет собой фрагмент двумерного фотонного кристалла в виде квадратной решетки цилиндров с периодом 0.5 мкм. Диаметр цилиндров 0.3 мкм. Фраг-

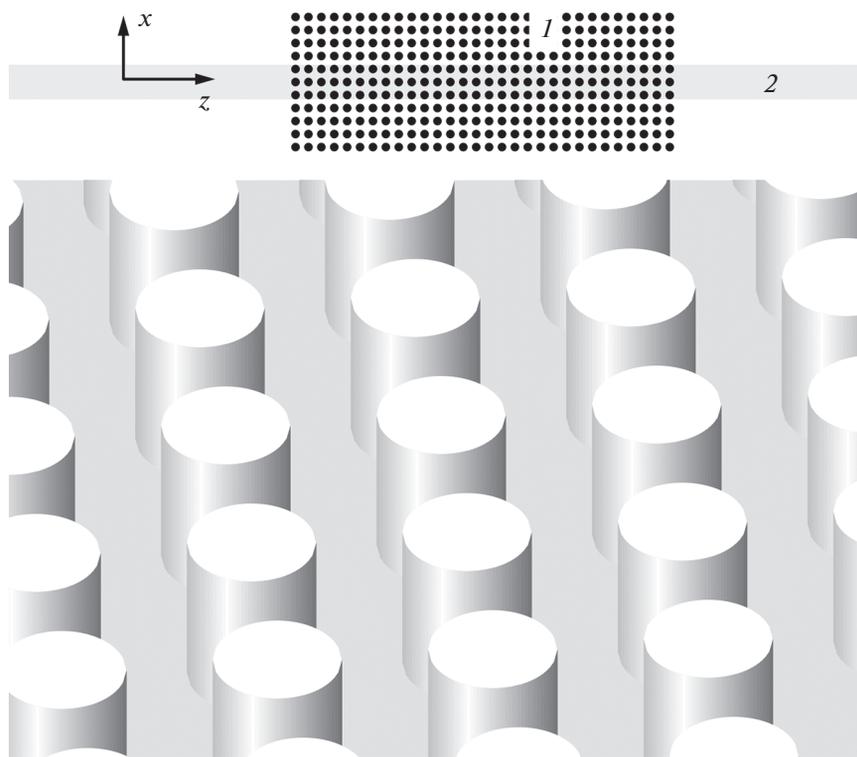


Рис. 1. Образец для компьютерного эксперимента как часть двумерного фотонного кристалла: 1 – полное число цилиндров, 2 – узкий пучок СИ. Внизу – трехмерное изображение фотонного кристалла.

мент имеет 11 и 30 периодов в перпендикулярном и продольном направлениях соответственно. Продольный размер образца 15 мкм. Размер пучка на расстоянии $z_0 = 0.4$ см от фокуса линзы $w_{az_0} = 1.1$ мкм. Однако полуширина модуля волновой функции в 1.5 раза больше, следовательно, пучок СИ освещает три периода. Ситуация весьма похожа на ту, которая возникает в методе когерентного дифракционного имиджинга. Для фотонного кристалла узкий пучок является преимуществом, так как повышает локальность метода. Весь поперечный размер кристалла можно изучить, сканируя образец под пучком. Таким же способом можно изучать другие более крупные образцы.

Диаметр первой зоны Френеля для указанного расстояния $2(\lambda z_0)^{1/2} = 0.63$ мкм, т.е. условие ближнего поля уже не выполняется. Тем не менее период кристалла все же можно определять с относительно высокой точностью. Влияние размера пучка в фокусе на разрешение метода оценить с помощью простых формул не удастся. Однако компьютерный эксперимент позволяет получить достоверные результаты. Полная схема эксперимента и указанные выше расстояния показаны на рис. 2.

Расчет такой схемы эксперимента выполняется последовательно. Сначала определяется вол-

новая функция перед СПЛ в виде сферической волны в парааксиальном приближении. Потом вычисляется ее прохождение через СПЛ. Для этого применяются разные методы [14, 15], каждый из которых использует преобразование Фурье. Вычисляется быстрое преобразование Фурье [20] на сетке $N = 2^k$ (k – целое число) точек с постоянным шагом. Шаг сетки и число k выбирают таким образом, чтобы получить максимально точный результат с нужной детализацией изображения.

Затем вычисляется волновая функция СИ, проходящего через пустое пространство, и снова используется метод быстрого преобразования Фурье. Прохождение СИ через объект учитывается умножением на трансмиссионную функцию (4), затем еще раз учитывается прохождение через пустое пространство. Такой модульный принцип позволяет симулировать экспериментальные схемы любой степени сложности. Если это возможно, то все расчеты делают на одной и той же системе точек. Но в исключительных случаях системе точек можно менять, а переход из одной системы в другую выполнять либо путем интерполяции волновой функции, либо при расчете прохождения СИ через объект. Все результаты были получены при использовании одной и той же системы точек с шагом 4 нм и числом точек 2^{16} .

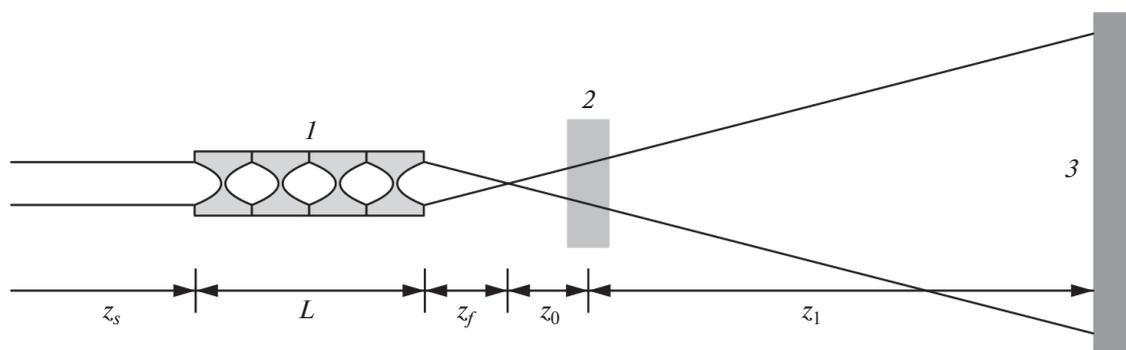


Рис. 2. Общая схема компьютерного эксперимента: 1 – составная преломляющая линза, 2 – образец, 3 – детектор.

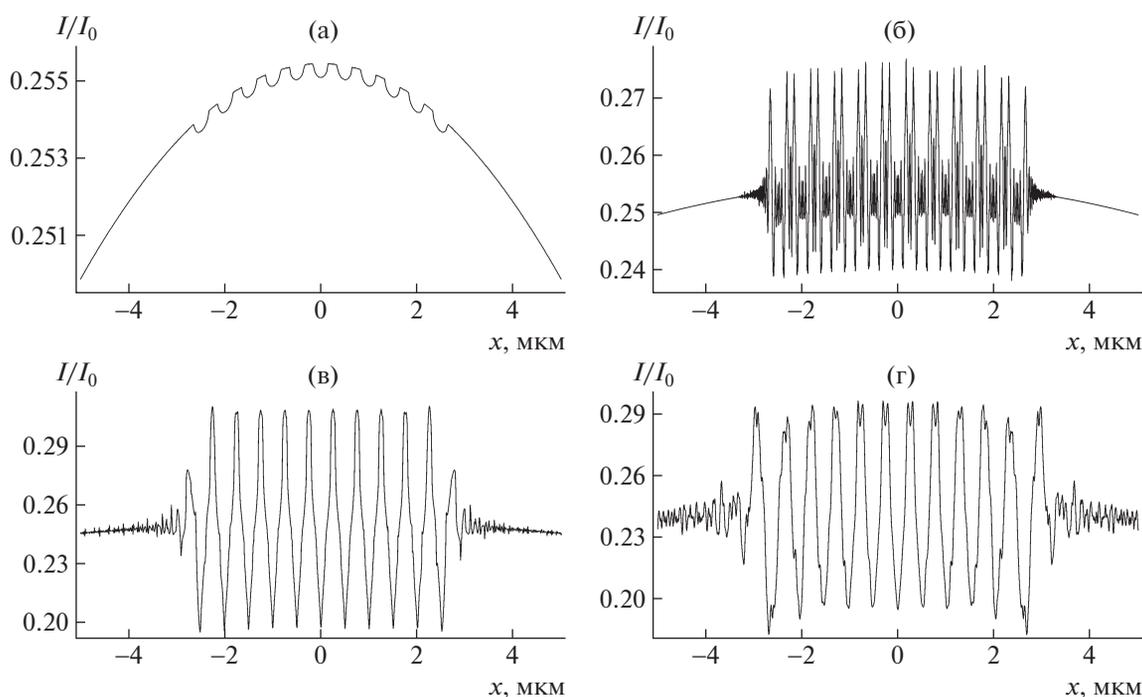


Рис. 3. Фазово-контрастные изображения фотонного кристалла при $z_0 = 10$ см и z_1 : 0 (а), 0.01 (б), 0.1 (в), 0.4 см (г). Интенсивность I_0 относится к началу СПЛ.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Схема эксперимента (рис. 2) может быть использована в обоих вариантах ближнего поля, т.е. и когда $z_0 > z_1$, и когда $z_1 > z_0$. Рассмотрим стандартную схему, т.е. первый вариант. На рис. 3 показаны четыре графика распределения интенсивности после прохождения модельного объекта (рис. 1). Расстояние от вторичного источника до объекта $z_0 = 10$ см. Поперечный размер пучка в данном случае достаточно большой, и пучок освещает весь кусок фотонного кристалла, состоящий из 11 периодов размером 5.5 мкм. Отметим, что все рассмотренные на этом рисунке расстояния пока нельзя реализовать в реальном экспери-

менте. Но для компьютерного эксперимента возможно все.

На рис. 3а показано распределение интенсивности сразу после объекта ($z_1 = 0$). Видно, что каждый цилиндр очень слабо поглощает излучение, причем поглощение максимально для луча, проходящего через его центр. Относительный контраст равен 0.002. Чтобы его различить за пределами дробового шума, необходимо, чтобы детектор регистрировал более чем 10^6 фотонов.

На рис. 3б расстояние $z_1 = 0.01$ см. На таком ничтожно малом расстоянии появляется весьма сильный фазовый контраст. Относительный контраст чуть больше, чем 0.1. Это в 50 раз больше, чем в предыдущем случае. Известно, что цилиндры

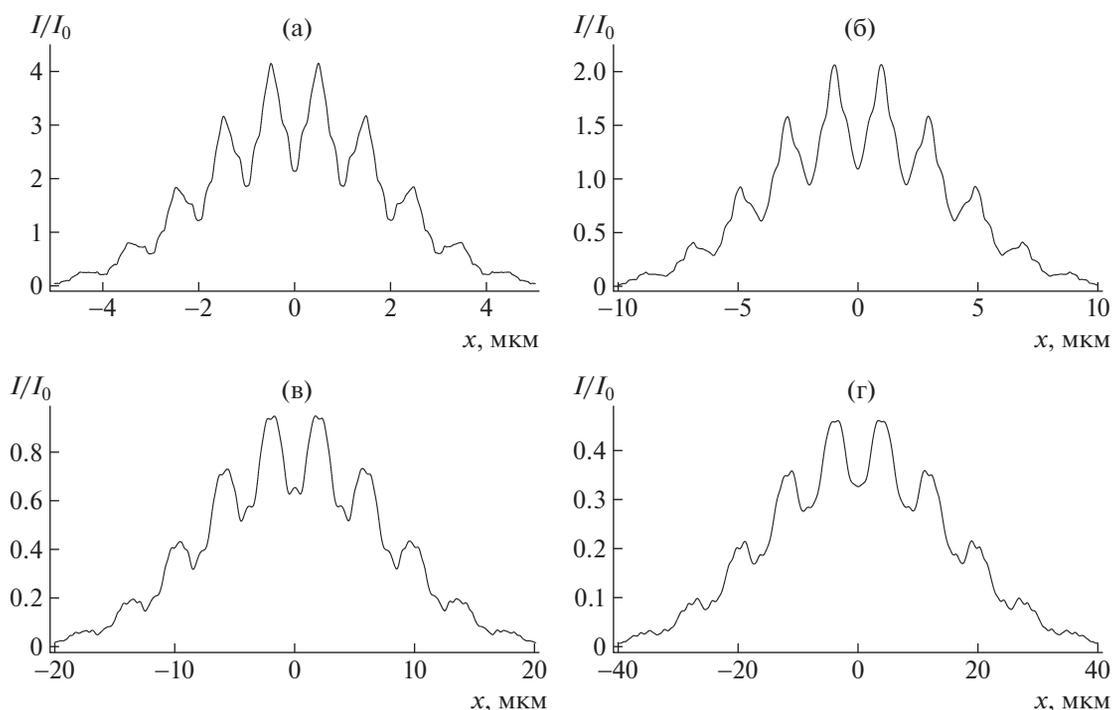


Рис. 4. Фазово-контрастные изображения фотонного кристалла при $z_0 = 0.4$ см и z_1 : 0.4 (а), 1.2 (б), 2.8 (в), 6.0 см (г). Интенсивность I_0 относится к началу СПЛ.

дают интерференционные пики интенсивности на краях (например, [17]). Расстояние между пиками одного цилиндра больше, чем 0.3 мкм, и оно больше, чем расстояние между пиками двух соседних цилиндров, которое меньше, чем 0.2 мкм. То есть структура пиков позволяет расшифровать структуру самого фотонного кристалла непосредственно, без математической обработки.

На рис. 3в $z_1 = 0.1$ см. Видно, что структура изображения стала намного проще, хотя контраст все равно такой же высокий. Близкие пики от соседних цилиндров соединились в один пик. Но период фотонного кристалла все еще хорошо виден на изображении, и его можно непосредственно измерить при наличии детектора со столь высоким разрешением. На рис. 3г расстояние $z_1 = 0.4$ см. Изображение снова изменило свою структуру. Видно, что периоды по краям заметно искажены краевым эффектом. В центральной части период еще хорошо фиксируется, и его тоже можно было бы измерить. Однако отсутствие увеличения изображения сделать это не позволяет.

Перейдем к анализу результатов, полученных в новой схеме. В ней вполне возможно придвинуть образец к вторичному источнику на любое сколь угодно малое расстояние, потому что фокусное расстояние СПЛ равно $z_f = 2.1664$ см, и это расстояние макроскопическое. Но проблема в том, что пучок в этом случае будет слишком узким. Был выбран промежуточный вариант, при

котором расстояние $z_0 = 0.4$ см. Как было показано выше, на этом расстоянии период фотонного кристалла еще хорошо фиксируется. На рис. 4 показаны четыре графика распределения интенсивности для указанного расстояния и разных расстояний до детектора.

На рис. 4а расстояние $z_1 = 0.4$ см. Структура изображения немного напоминает рис. 3в. Но есть различия. Во-первых, период структуры в 2 раза больше, что полностью соответствует теории фазового контраста, т.е. формуле (7), так как фактор увеличения равен $M = 1 + z_1/z_0$. В данном случае $z_1 = z_0$ и $M = 2$. Во-вторых, пучок имеет гауссову форму с относительно узкой шириной, поэтому контраст показан в другой шкале. Фактически минимально искажен только центральный период, соответствующий максимуму функции Гаусса.

На рис. 4б $z_1 = 1.2$ см и $M = 4$. Видно, что структура изображения изменилась слабо, а период увеличился в 4 раза. На рис. 4в, 4г $z_1 = 2.8$ и 6.0 см, а $M = 8$ и 16. Структура изображения продолжает слабо изменяться и, кроме того, контраст немного уменьшается. Причина этого – конечный размер пучка в фокусе. Для очень малого размера пучка, как это следует из теории, при больших расстояниях до детектора ничего не должно изменяться. Но эти изменения не носят принципиального характера. И период фотонного кристалла отлично определяется. Более того, на рис. 4г он

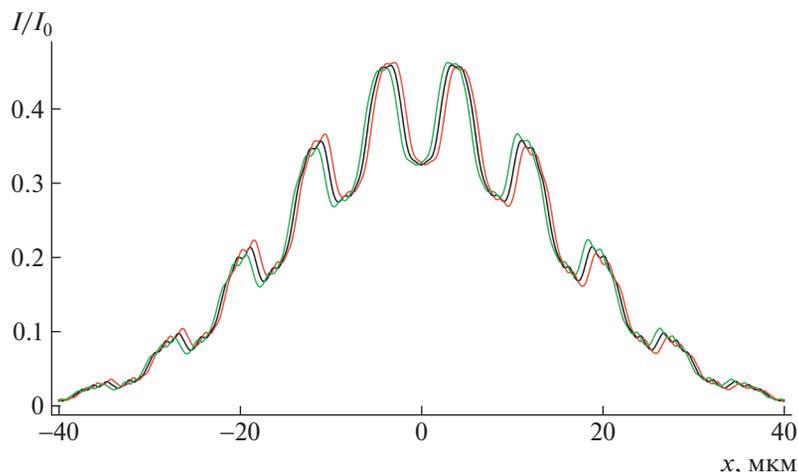


Рис. 5. Фазово-контрастные изображения фотонного кристалла при $z_0 = 0.4$ см, $z_1 = 6.0$ см и $x_s = 0$ (средняя кривая), 50 (правая кривая), -50 мкм (левая кривая). Средняя кривая совпадает с кривой рис. 4г.

равен 8 мкм, и его легко измерить детектором с разрешением 0.5 мкм. Но расстояние легко можно увеличить еще в 10 и более раз.

Для учета влияния размеров реального источника СИ на изображение фотонного кристалла необходимо вычислить распределение интенсивности для всех точек поперечного сечения источника с учетом их яркости и просуммировать все эти изображения. На рис. 5 средняя кривая соответствует рис. 4г, который получен при поперечной координате точечного источника $x_s = 0$. На этом же рисунке показаны кривые для $x_s = 50$ мкм (правая кривая) и -50 мкм (левая кривая). Можно заметить, что кривые не только смещаются горизонтально, но и слабо меняют свою форму.

Грубую оценку для смещения можно получить следующим образом. Из теории нанофокусирующих СПЛ [21, 22] известно, что при поперечном смещении точечного источника на расстояние $x_s = 50$ мкм его изображение в фокусе смещается как целое на расстояние $-M_1 x_s$, где параметр M_1 вычисляет онлайн-программа [19]. В рассматриваемом случае получаем $M_1 = 6 \times 10^{-4}$. Отрицательное смещение вторичного источника приводит к положительному смещению изображения объекта с фактором увеличения $M_2 = z_1/z_0 = 15$. Общее смещение $M_1 M_2 x_s = 0.45$ мкм.

Полученная оценка в среднем соответствует результату расчета, показанного на рис. 5. Однако кривая не смещается как целое по той причине, что пучок имеет очень малый поперечный размер, и разные части изображения соответствуют разной освещенности объекта, который имеет очень сложную структуру. Тем не менее искажения кривой очень слабые и позволяют непосредственно измерить период фотонного кристалла даже на источнике СИ второго поколения. Что

касается источников СИ третьего поколения, то они имеют существенно меньшие размеры, которые совсем не испортят изображение.

Таким образом, на основании выполненного компьютерного эксперимента можно сделать вывод, что новая схема микроскопии на основе фазового контраста и нанофокусирующей СПЛ вполне способна изображать структуры с периодом 0.5 мкм и меньше. Преимуществом такой схемы является также высокая локальность изображения, так как пучок имеет естественные малые размеры, которые можно регулировать. Более того, метод характеризуется высокой светосилой за счет фокусировки исходного излучения от источника СИ. Хотя апертура нанофокусирующих линз небольшая, можно использовать конденсоры, т.е. СПЛ с большой апертурой, и фокусировать пучок каскадным способом.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 19-29-12043мк) в части разработки компьютерной программы, а также при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (грант № 075-15-2021-1362) в части проведения компьютерного эксперимента и анализа результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Snigirev A., Snigireva I., Kohn V. et al. // Rev. Sci. Instrum. 1995. V. 66. P. 5486.
2. Snigirev A., Kohn V., Snigireva I. et al. // Nature. 1996. V. 384. P. 49.
3. Аргунова Т.С., Кон В.Г. // Успехи физ. наук. 2019. Т. 189. С. 643. <https://doi.org/10.3367/UFN.2018.06.038371>

4. *Просеков П.А., Носик В.Л., Благов А.Е.* // Кристаллография. 2021. Т. 66. С. 843.
<https://doi.org/10.31857/S002347612106028X>
5. *Bosak A., Snigireva I., Napolskii K.S. et al.* // *Adv. Mater.* 2010. V. 22. P. 3256.
<https://doi.org/10.1002/adma.201000173>
6. *Кон В.Г., Цвигун Н.В.* // Кристаллография. 2014. Т. 59. С. 5.
<https://doi.org/10.7868/S002347611401007X>
7. *Kohn V., Snigireva I., Snigirev A.* // *J. Synchrotron Radiat.* 2014. V. 21. P. 729.
<https://doi.org/10.1107/S160057751401056X>
8. *Kohn V.G.* // *J. Synchrotron Radiat.* 2018. V. 25 P. 425.
<https://doi.org/10.1107/S1600576717018490>
9. *Schroer C.G., Kuhlmann M., Hunger U.T. et al.* // *Appl. Phys. Lett.* 2003. V. 82. P. 1485.
<https://doi.org/10.1063/1.1556960>
10. *Schroer C.G., Kurapova O., Patommel J. et al.* // *Appl. Phys. Lett.* 2005. V. 87. P. 124103.
<https://doi.org/10.1063/1.2053350>
11. *Snigirev A., Snigireva I., Kohn V. et al.* // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 103. P. 064801.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.064801>
12. *Кон В.Г.* // *Письма в ЖЭТФ.* 2002. Т. 76. С. 701.
13. *Кон В.Г.* // *ЖЭТФ.* 2003. Т. 124. С. 224.
14. *Kohn V.G., Folomeshkin M.S.* // *J. Synchrotron Radiat.* 2021. V. 28. P. 419.
<https://doi.org/10.1107/S1600577520016495>
15. *Kohn V.G.* // *J. Synchrotron Radiat.* 2022. V. 29. P. 615.
<https://doi.org/10.1107/S1600577522001345>
16. *Kohn V.G., Kazimirov A.* // *Acta Cryst. A.* 2012. V. 68. P. 331.
<https://doi.org/10.1107/S0108767312012305>
17. *Kohn V., Snigireva I., Snigirev A.* // *Phys. Rev. Lett.* 2000. V. 85. P. 2745.
18. *Кон В.Г.* 2021. <http://kohnvict.ucoz.ru/acl/acl.htm>
19. *Кон В.Г.* 2021. <http://kohnvict.ucoz.ru/jsp/1-crlpar.htm>
20. *Cooley J.W., Tukey J.W.* // *Math. Comp.* 1965. V. 19. P. 297.
21. *Кон В.Г.* // *Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтр. исследования.* 2009. № 5. С. 32.
22. *Kohn V.G.* // *J. Synchrotron Radiat.* 2012. V. 19. P. 84.
<https://doi.org/10.1107/S0909049511045778>