

Кривая качания и свойства пространственной когерентности длинной рентгеновской составной преломляющей линзы

В. Г. Кон

Национальный исследовательский центр «Курчатовский Институт», Москва, Россия

e-mail: kohnvict@yandex.ru

Рентгеновская преломляющая оптика стала использоваться на источниках синхротронного излучения (СИ) 3-го поколения начиная с 1996 года [1]. Такие источники имеют ондуляторы с очень малым поперечным эмиттансом $\varepsilon = w_s \alpha_0$, где w_s есть поперечный размер источника, α_0 есть угловая расходимость пучка. Типичное расстояние от источника излучения до исследуемого объекта на таких машинах составляет 50 м, а средние размеры пучка на таком расстоянии не превышают 1 мм. И сравнительно небольшая апертура рентгеновских преломляющих линз становится сравнимой с размером пучка.

Комплексный показатель преломления среды равен $n = 1 - \delta + i\beta$. Показано [2], что эффективность линзы определяется параметром $\gamma = \beta/\delta$, потому что излучение поглощается толстыми частями апертуры линзы вблизи ее края. Так для одномерной (1D) линзы относительная интенсивность пучка в фокусе равна γ^{-1} , а размер пучка в фокусе в γ раз меньше эффективной апертуры. Поверхность одного элемента составной преломляющей линзы (СПЛ) имеет двояко-вогнутую параболическую форму и фокусирует излучение на расстоянии $f = R/2\delta$, где R есть радиус кривизны при вершине параболы (рис. 1). Для N элементов, составленных в ряд (рис. 2) фокусное расстояние в N раз меньше пока число N не слишком велико и длина линзы много меньше фокусного расстояния.

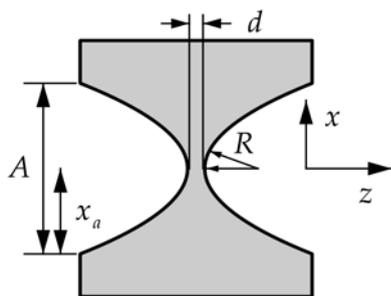


Рисунок 1. Параметры одного элемента СПЛ.

Однако, легко изготовить СПЛ с длиной, которая сравнима или больше фокусного расстояния в приближении тонкой линзы $f = R/2N\delta$. Аналитическая теория для такой длинной линзы была впервые создана в работах [3,4] в предположении, что элементы СПЛ плотно упакованы. Позднее была развита полуаналитическая теория [2], которая справедлива для произвольной конфигурации СПЛ в пространстве (рис. 2). Она основана на рекуррентных формулах для параметров универсальной функции, описывающей волновое поле излучения.

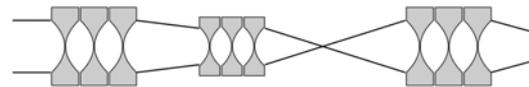


Рисунок 2. Схема нескольких СПЛ на пути пучка.

Данная работа представляет собой дальнейшее развитие этого подхода. Есть три момента, которые были улучшены. Первый момент -- угловая расходимость падающего пучка. Она рассматривалась в работе [2], но неправильно. Второй момент -- проблема учета геометрической апертуры CRL. Третий момент -- точный учет размера источника. В настоящей работе показано, что полуаналитическая теория позволяет вычислить полуширину (полную ширину на половине высоты максима) кривой качания СПЛ, которая согласуется с экспериментальными результатами, полученными ранее [5]. Мы также вычисляем когерентные свойства пучка для длинной системы СПЛ на любом расстоянии после СПЛ.

В теории за основу принята модель, в которой каждая точка поперечного сечения реального источника является независимым излучателем, то есть складываются интенсивности излучения на детекторе от каждой точки с весом, описывающим интенсивность излучения точки. Более того, излучение раскладывается в спектр, и разные частоты также рассматриваются некогерентно, то есть складываются интенсивности излучения на детекторе для разных частот с весом в виде спектра излучения. Отметим, что в некоторых работах рассматриваются функции спектральной плотности когерентности и гауссовый источник модели Шелла в соответствии с общей теорией когерентности [6]. Однако этот подход довольно сложен, особенно в случае длинных СПЛ-систем. Более того, его применимость к рентгеновской оптике не очевидна.

Основной идеей подхода является возможность рассматривать один элемент любой любой СПЛ как тонкую линзу, для которой применимо приближение рентгеновского фазового контраста, то есть сама линза описывается трансмиссионной функцией, имеющей форму функции Гаусса, а расстояния в пустом пространстве описывается сверткой волновой функции поля с пропагатором Френеля. При этом псевдогауссова форма волновой функции с тремя комплексными параметрами полностью сохраняется, меняются только значения параметров, которые вычисляются с помощью рекуррентных соотношений.

Таким образом получается функция для интенсивности излучения на детекторе от точечного

источника, смещенного от оптической оси на какое-то расстояние. Эта функция имеет вид функции Гаусса и зависит как от точки излучения, так и от точки регистрации. При вычислении интеграла по поперечному сечению источника можно считать, что источник смещен от оптической оси как целое, то есть его центр не находится на оптической оси, как это показано на рис 3. В то же время сама СПЛ ориентировала вдоль оптической оси и ее ось составляет угол θ с линией источник-детектор. То есть эффективно такую ситуацию можно рассматривать как поворот СПЛ относительно линии источник-детектор. А зависимость от угла θ представляет собой кривую качания длинной СПЛ.

В работе [5] была измерена кривая качания круглой СПЛ, составленной из 407 элементов в виде двояко-вогнутых линз из алюминия с $R=200$ мкм, длиной 1 мм и с толщиной переемычки $d=15$ мкм (рис. 1). Длина такой линзы была $L=40.7$ см. Эксперимент выполнен на станции BM5 в ESRF (Гренобль, Франция). Энергия фотонов была 25 кэВ. Расстояние от источника до СПЛ было $z_0=40$ м. Поперечные размеры источника (полуширина) были 80 мкм вертикально и 250 мкм горизонтально. Экспериментальные сканы были выполнены как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскостях. Оба скана совпадали один с другим и имели форму гауссовой функции с полушириной приблизительно 0.4 мрад.

Грубую оценку на полуширину кривой качания можно получить из геометрических соображений как $w_\theta^{(g)}=2A_e/L$, где A_e есть эффективная апертура СПЛ, которую можно оценить согласно [7] по формуле $A_e=(\lambda f/2\gamma)^{1/2}$, где фокусное расстояние f вычисляется по формуле тонкой линзы, λ есть длина волны излучения. Параметры δ и β можно получить с помощью онлайн интернет программы [8] как $\delta=8.645 \times 10^{-7}$, $\beta=1.760 \times 10^{-9}$. В результате получаем $A_e=58.8$ мкм и $w_\theta^{(g)}=0.29$ мрад. Эта оценка меньше, чем экспериментальное значение 0.4 мрад. Более точное значение можно получить в помощью онлайн интернет программы, специально созданной на основе развитой в данной работе теории [9]. Согласно теории кривая качания имеет гауссову форму. Мы ввели параметры эксперимента в компьютерную программу и получили, что $w_\theta=0.401$ мрад как в вертикальном, так и в горизонтальном направлениях.

Таким образом, мы можем заключить, что геометрическая оптика и приближение тонкой линзы дают неправильные ответы в данном случае. Полуширина кривой качания становится больше потому что траектории лучей внутри СПЛ не являются прямыми линиями. По этой же причине программа дает для эффективной апертуры СПЛ значение $A_e=74.0$ мкм. Можно сделать вывод, что точный расчет на основе рекуррентных формул позволяет получить правильное значение полуширины кривой качания в согласии с экспериментальными результатами.

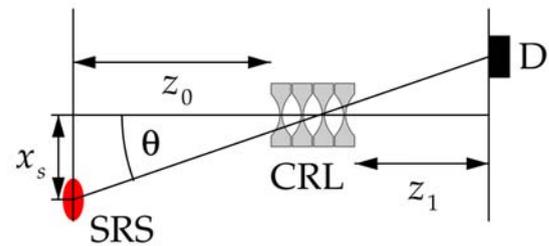


Рисунок 3. Схема с сдвинутым источником эквивалентна вращению СПЛ. Здесь SRS есть источник синхротронного излучения, D есть детектор. Новая оптическая ось составляет угол θ со старой осью. В действительности $x_s \ll z_0$.

Когерентность есть способность наблюдать интерференционные полосы. Пространственная когерентность есть возможность двух точек в пространстве внутри пучка излучения создавать интерференционную картину. Для измерения такой способности обычно используется экспериментальная схема Юнга с двухщелевым интерферометром. В этом случае электрическое поле на детекторе определяется уравнением.

$$E(x, x_0) = \int dx_i P(x - x_i, z) T_i(x_i) E_0(x_i, x_0) \quad (1)$$

где $P(x, z)$ есть пропагатор Френеля, $T_i(x_i)$ есть трансмиссионная функция интерферометра, а электрическое поле излучения, падающего на интерферометр равно $E_0(x, x_0)$.

Преимущество теории на основе рекуррентных соотношений в том, что функция $E_0(x, x_0)$ известна в аналитическом виде как функция координаты точечного излучателя. Если выбрать функцию $T_i(x_i)$ в виде двух дельта-функций, то интеграл удается вычислить точно. Он показывает как среднюю интенсивность на детекторе, так и синусоидальные осцилляции интенсивности с периодом $p = \lambda z/d$, где d есть расстояние между щелями интерферометра.

Как известно, в пустом пространстве и для точечного источника минимумы осцилляций равны нулю и контраст составляет сто процентов. Он также не зависит от сдвига интерферометра от оптической оси x_1 . Система СПЛ ограничивает пучок излучения, поэтому в данном случае даже для точечного источника возможен контраст меньше ста процентов, а также разный контраст для интерферометра, установленного симметрично относительно оптической оси или сдвинутого. Экспериментально наблюдаемая картина для монохроматического излучения зависит от размера источника и необходимо вычислить свертку интенсивности для точечного источника по координате x_0 с функцией источника, которая обычно выбирается в виде функции Гаусса с определенной полушириной. Свертка также вычисляется аналитически, и в результате амплитуда осцилляций F описывается функцией двух аргументов d и x_1 .

В работе вводится понятие поперечной длины когерентности $L_{ic}(x_1)$ как половина полуширины функции F в ее зависимости от первого аргумента

d или полуширина зависимости от аргумента $s = d/2$. В общем случае этот параметр может быть вычислен численно. Для частного случая $L_{ic}(0)$ удастся получить аналитическую формулу. Эта формула используется для анализа наиболее простых случаев, когда СПЛ отсутствует и когда СПЛ может рассматриваться как тонкая линза. В первом случае длина когерентности определяется не только угловым размером источника, как обычно предполагается, но и конечной шириной пучка, возникающей из-за релятивистского движения электронов на орбите ондулятора.

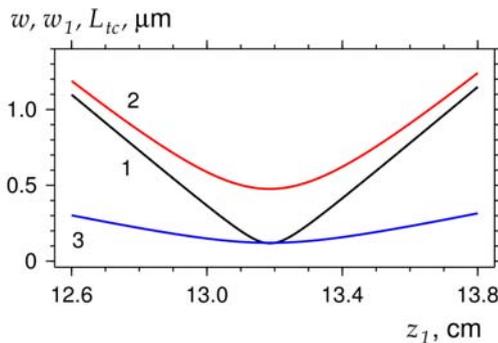


Рисунок 4. Зависимость от расстояния размера пучка для точечного источника (черная кривая номер 1), для реального источника (красная кривая номер 2), и поперечная длина когерентности (синяя кривая номер 3). См. детали в тексте..

Во втором случае тонкой линзы рассмотрен только частный случай фокусного расстояния в грубых приближениях. Оказалось, что $L_{ic}(0)$ очень большая для малого размера источника и не зависит от угловой расходимости пучка, если апертура линзы меньше, чем ширина пучка. Но значения для $x_1 > 0$ ограничены. В общем случае интересно сравнивать два значения $L_{ic}^{(1)} = L_{ic}(0)$ и $L_{ic}^{(2)} = L_{ic}(d/2)$. Второе значение соответствует случаю сдвинутого интерферометра, когда одна из его щелей находится на оптической оси. Для обоих случаев удастся получить относительно простые решения и сделать качественные выводы.

Численные значения для двух длин когерентности, рассмотренных выше, позволяет получить онлайн компьютерная программа [9]. Как пример применения этой программы на рисунке 4 показаны результаты для длинной СПЛ, рассмотренной выше при расчете кривой качания, но для размера источника 50 мкм. На рисунке представлены три кривые зависимости от расстояния вблизи фокусного расстояния 13.19 см, а именно, полуширина пучка для точечного источника w , полуширина пучка для

реального источника w_1 и длина когерентности $L_{ic}^{(1)}$. Заметим, что в данном случае $L_{ic}^{(2)} \approx L_{ic}^{(1)}$.

Главным выводом из результата, показанного на рисунке, является то, что дифракционно ограниченный размер точечного источника в фокусе очень близок к длине когерентности. Этот факт физически очевиден, однако очень сложно получить этот вывод аналитически в общем случае. Программа показывает что соответствие существует для 500 чипов и больше, когда фокусное расстояние уменьшается до нуля, если его отсчитывать от конца СПЛ. Вторым выводом является то, что разница между размером пучка и длиной когерентности минимальна как раз в фокусе, а для других расстояний она больше и растет с ростом расстояния от фокуса.

В заключение отметим, что полуаналитическая теория системы длинных рентгеновских составных преломляющих линз, основанная на рекуррентных соотношениях позволяет вычислить правильную ширину кривой качания длинной СПЛ, которая совпадает с экспериментом. Рекуррентные формулы являются более сложными по сравнению с аналитическими формулами и требуется компьютер для получения результатов, но время расчета очень мало, что позволяет быстро получить оценку свойств длинной СПЛ.

Этот подход позволяет вывести уравнения для длины поперечной когерентности пучка, проходящего через систему СПЛ произвольной сложности. Заметим, что это очень трудно в рамках модели Шелла и подхода, основанного на функции взаимной когерентности. Мы уверены, что модель источника синхротронного излучения как системы независимых точечных излучателей является рабочей и правильно описывает экспериментальные данные.

- [1] Snigirev A., Kohn V., Snigireva I, Lengeler B. Nature **384**, 49-51 (1996)
- [2] Kohn V. G., J. Synchr. Rad. **19**, 84-92 (2012)
- [3] Kohn V. G., JETP Letters **76**, 600-603 (2002).
- [4] Kohn V. G., JETP **97**, 204-215 (2003).
- [5] Snigireva I. I., Kohn V. G., Snigirev A. A., Proc. SPIE, **5539**, 218-225 (2004)
- [6] Mandel L., Wolf E. Optical Coherence and Quantum Optics. New York: Cambridge University Press. (1995)
- [7] Kohn V. G., J. Synchr. Rad. **24**, 609-614 (2017)
- [8] <http://xray-optics.ucoz.ru/js-pro/cir-pro.htm>
- [9] <http://kohnvict.ucoz.ru/jsp/1-crlpar.htm>