

ҚОН Виктор Германович

НИЦ "Курчатовский Институт", Москва, Россия

сайт <http://konvict.usoz.ru/main.htm>

*Аналитическая теория нанофокусировки
и проблема когерентности рентгеновского
излучения для составных преломляющих
линз -- перспективных оптических элементов
новых установок класса «Мегасайенс»*

Взаимодействие рентгеновского излучения с веществом

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = 1 - \frac{4\pi e^2}{m\omega^2} N, \quad n = \varepsilon^{1/2} = 1 - \frac{\lambda^2 r_0}{2\pi} N, \quad r_0 = \frac{e^2}{mc^2}$$

$\varepsilon(\omega)$ – диэлектрическая функция электронного газа,

ω_p – плазменная частота, e , m – заряд и масса электрона,

λ - длина волны, r_0 – классический радиус электрона,

N – плотность электронов в заданной точке пространства

Важно, что $n < 1$

В веществе фаза набирается медленнее, чем в вакууме

В общем случае $n = 1 - \delta + i\beta$ причем $\beta \ll \delta$

Поглощение есть всюду, даже в воздухе и для всех энергий.
Главный механизм – фотоэффект, выбивание электронов
Дополнительно есть комптоновское неупругое рассеяние.
Это квантовые эффекты. Есть проблемы с расчетом, до сих пор используют экспериментальные значения. Есть таблицы Хенке и других авторов. Вклад в δ вычисляется через дисперсионные соотношения. Есть онлайн программы Степанов, Кон. Своя программа нужна для автоматического учета δ и β в программах моделирования экспериментов.

Пример:

PMMA, $C_5H_8O_2$, $\lambda = 0.1$ нм $\Rightarrow \delta = 1.61 \times 10^{-6}$, $\beta = 1.10 \times 10^{-9}$

Клин с углом 45° отклоняет луч в поперечном направлении на расстояние 1.6 мкм при продольном расстоянии 1 м.

Преломляющей оптики не было
100 лет после открытия РЛ.

Что изменилось?

1. Кристаллы стали видеть
угловые отклонения
порядка **1 мкрад**
2. Появились новые источники
РЛ в виде **Синхротронного
Излучения 3-го поколения**
ESRF (Grenoble, France)
APS (Argonne Chicago, USA)
SPring-8 (RIKEN/JASRI, Japan)



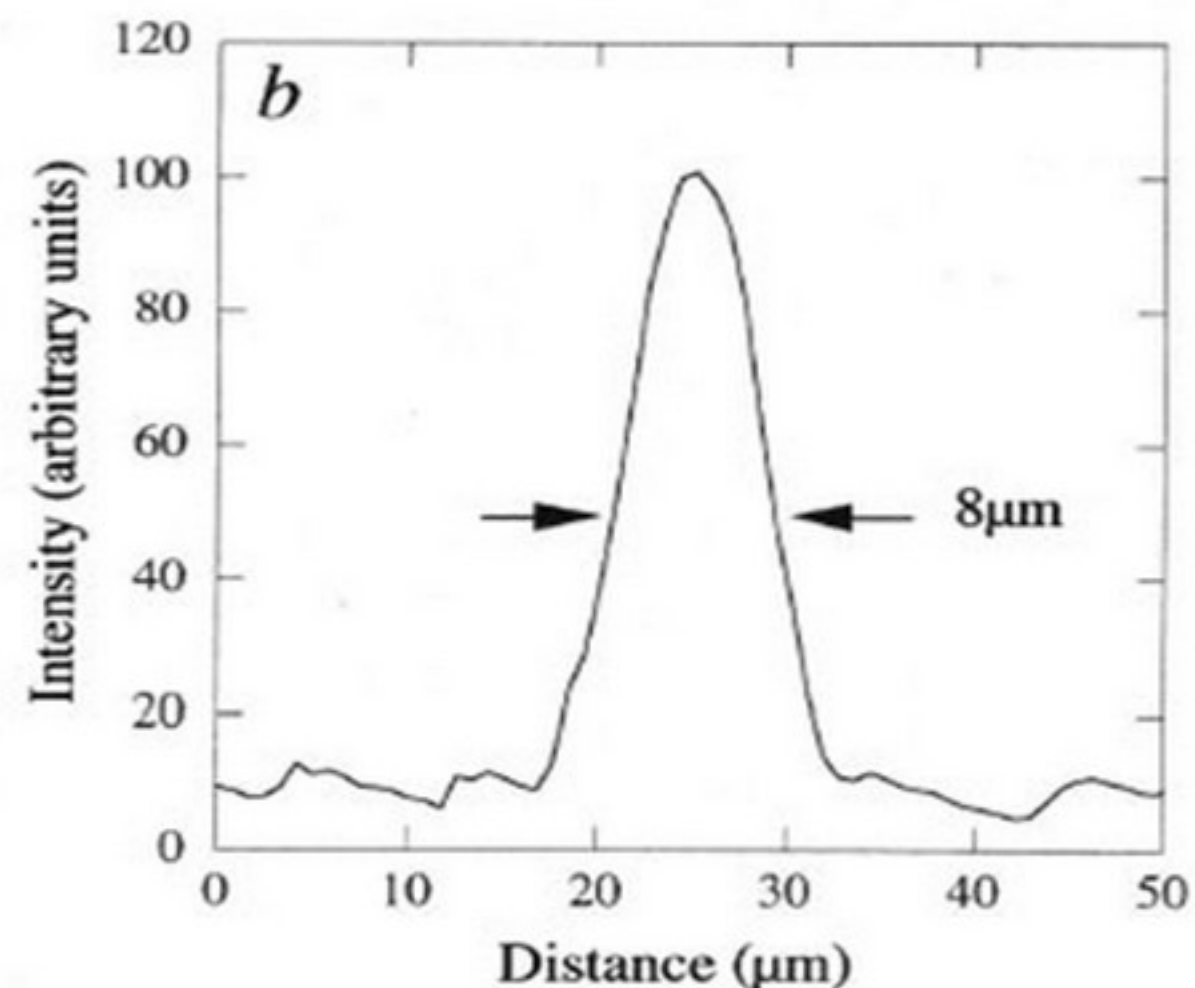
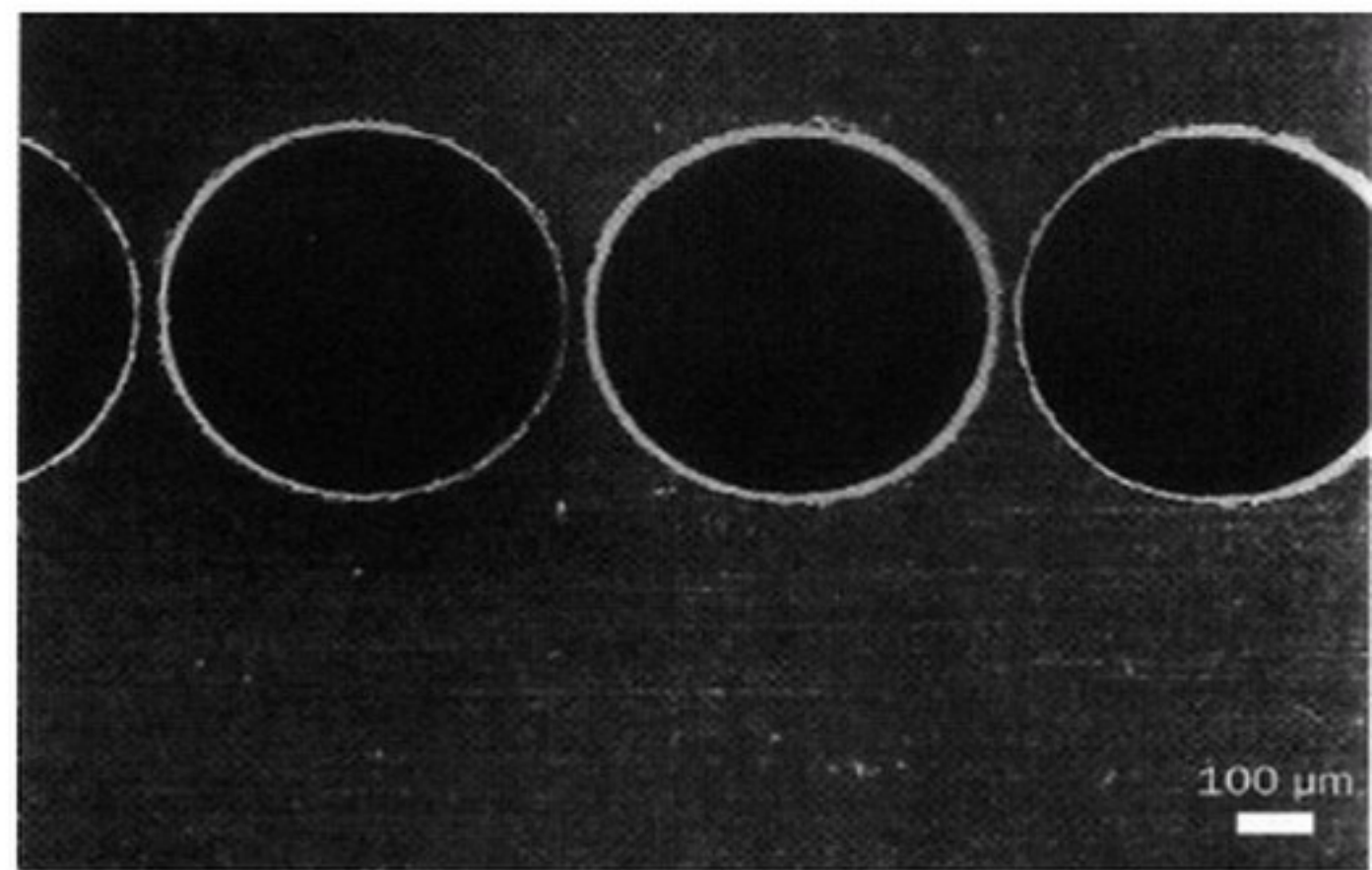
1996, Nature, v. 384, p. 49

A. Snigirev, V. Kohn, I. Snigireva,
B. Lengeler

"A compound refractive lens
for focusing high-energy
X-rays"

30 holes of $600\ \mu\text{m}$ diameter in Al
show the ESRF optics beamline
(BM5) source size projection
 $150\ \mu\text{m} / 20 \approx 8\ \mu\text{m}$, $r_d = 1.8\ \text{m}$
Energy = 14 keV

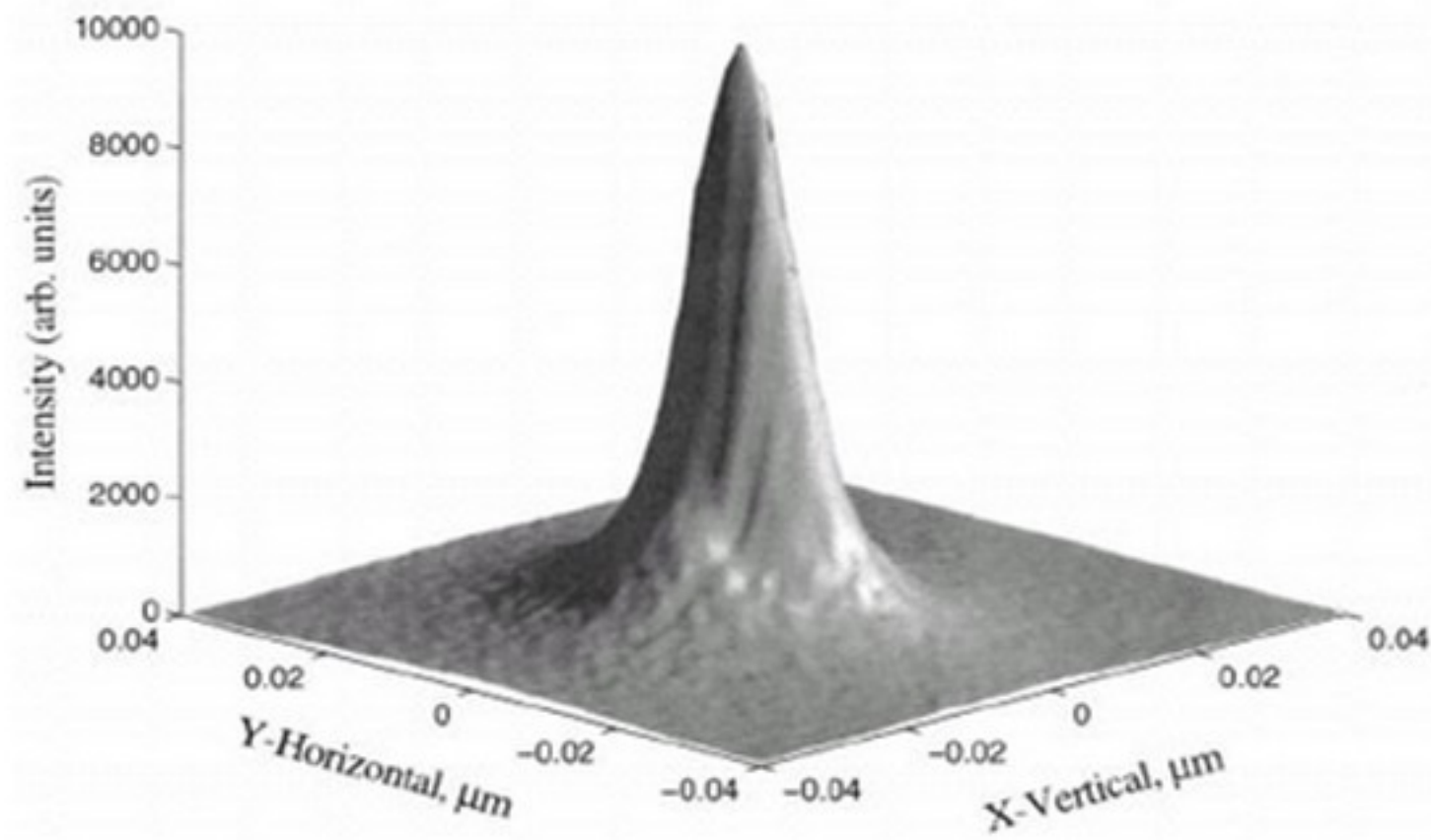
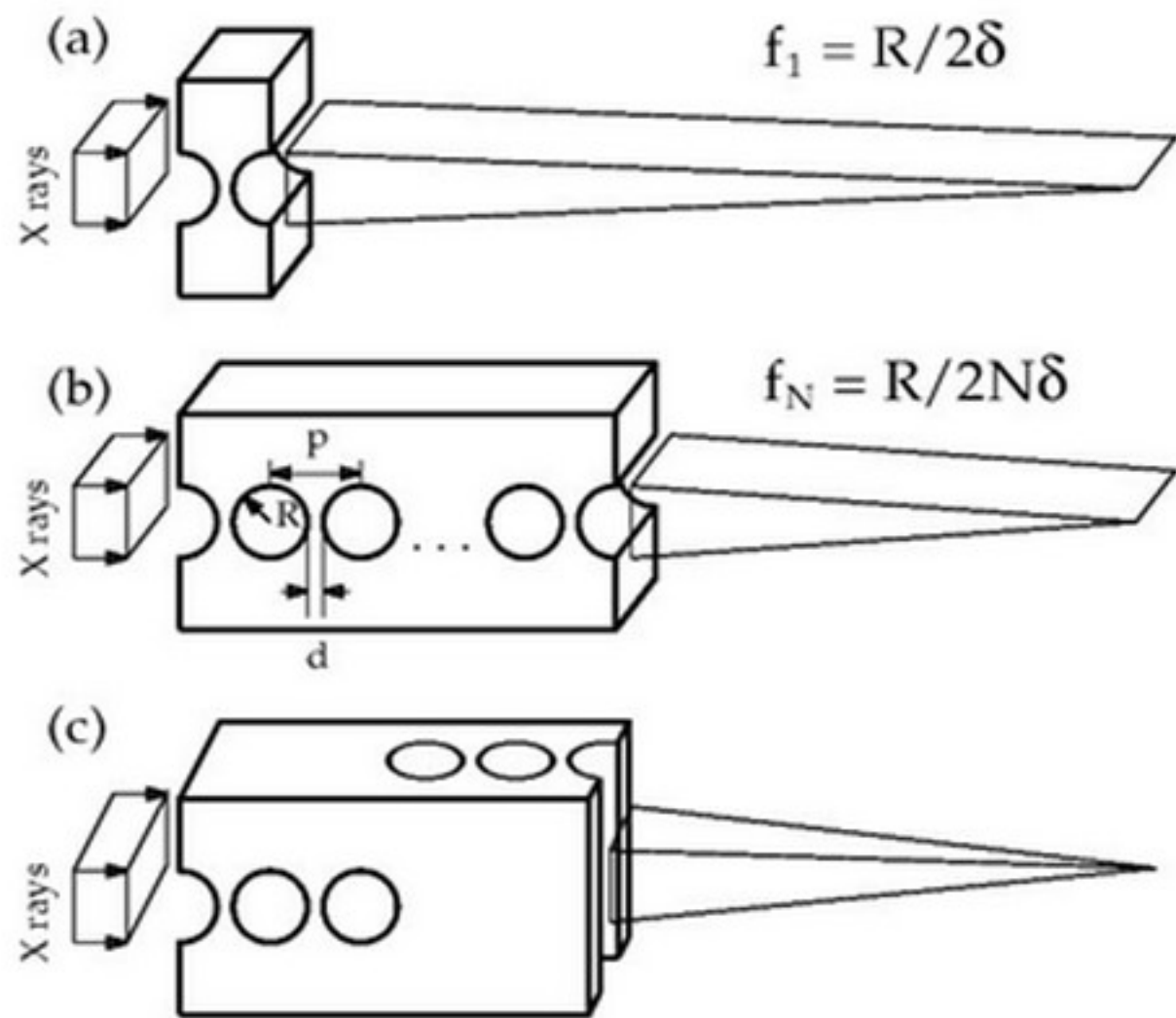
Top - electron microscope image
Bottom - focus line profile



1998, Applied Optics, v.37, p.653

A. Snigirev, V. Kohn, I. Snigireva,
A. Souvorov, B. Lengeler

200 holes of 500 μm diameter in Al
in **cross geometry** (spacing 50 μm ,
length 11 cm) show 2D image of source
with FWHM $\approx 8 \mu\text{m} \times 18 \mu\text{m}$ (V \times H)
ESRF, BM5, $E = 30 \text{ keV}$, $r_d = 2.2 \text{ m}$



Microcapillary X-ray lens

Yu. I. Dudchik, N. N. Kolchevsky, et al.

Nucl. Instr. Meth. A, 1999, v.421, p.361

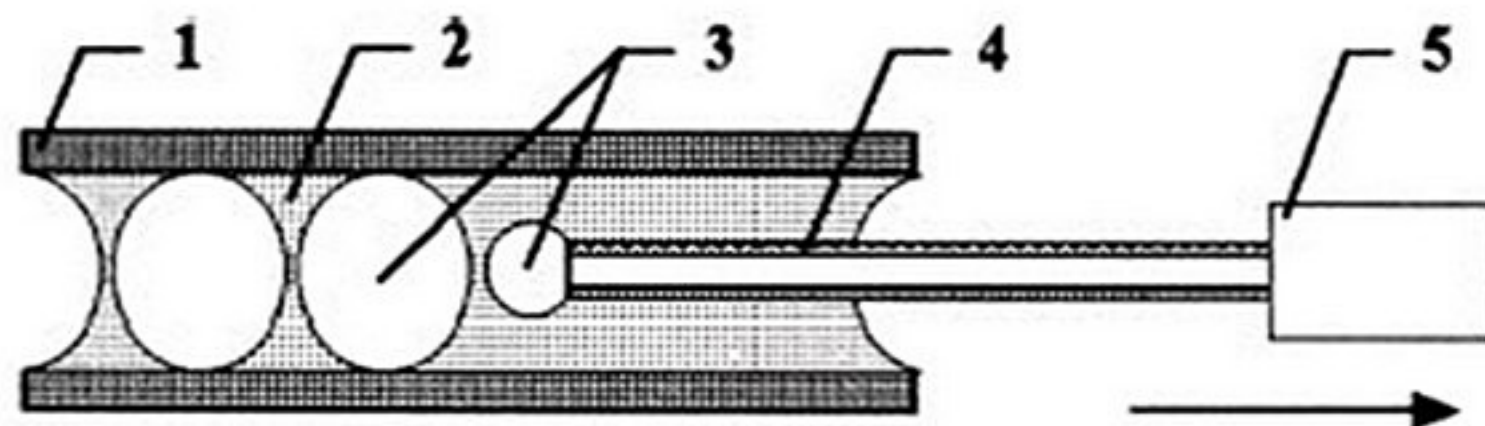
Rev. Sci. Instr., 1999, v.70, p.4161

Nucl. Instr. Meth. A, 2000, v.454, p.512

Proc. SPIE, 2001, v.4145, p.235

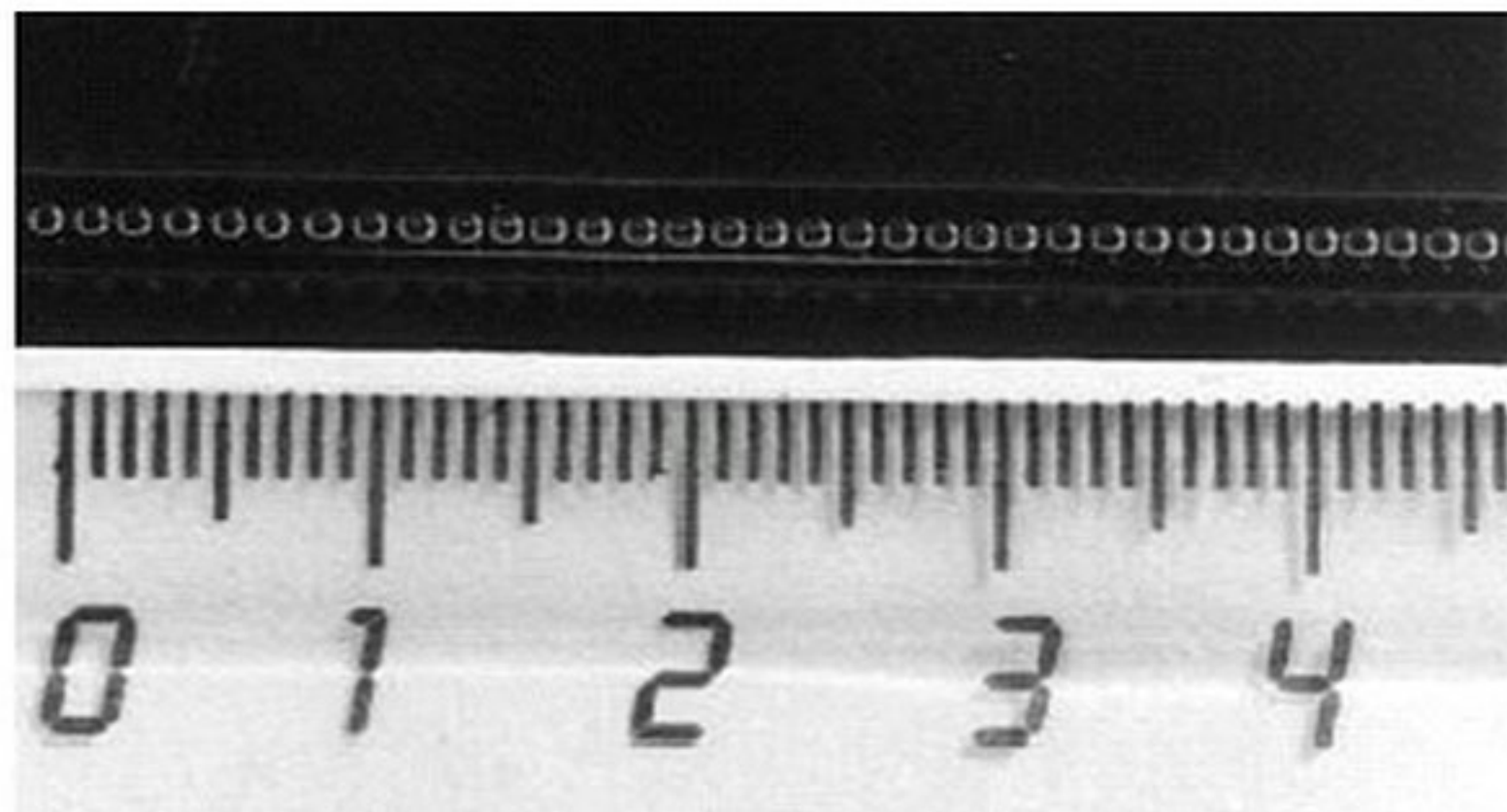
Air bubbles in epoxy glue
inside the glass capillary.
Capillary diameter $\approx 0.8 ; 0.4$ mm
Design and Ray tracing

- 1 - glass capillar,
- 2 - epoxy glue or glycerine,
- 3 - air bubbles,
- 4 - long injector needle,
- 5 - compressed air



Visible light microscope image
of the microcapillary x-ray lens,
The diameter of the capillary
is 0.8 mm

Experiment at Spring-8 shows
significant aberrations.



Alligator x-ray lens with variable focal length

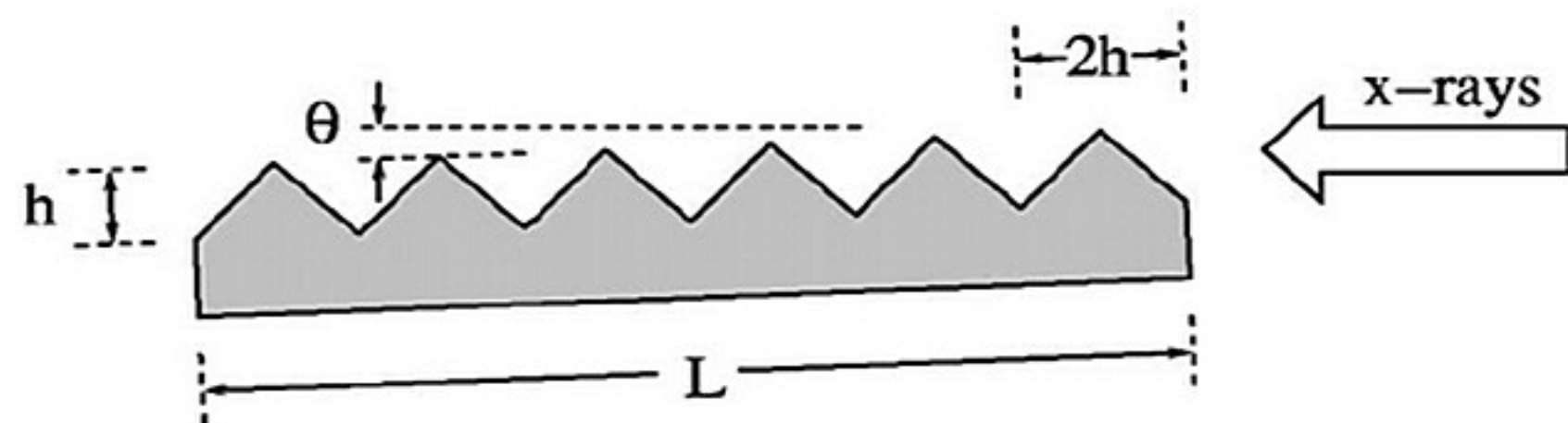
B. Cederstrom, M. Danielsson, M. Lundqvist, et al.

Nature, 2000, v. 404, p.951

Proc. SPIE, 2001, v.4145, p.294 (Be)

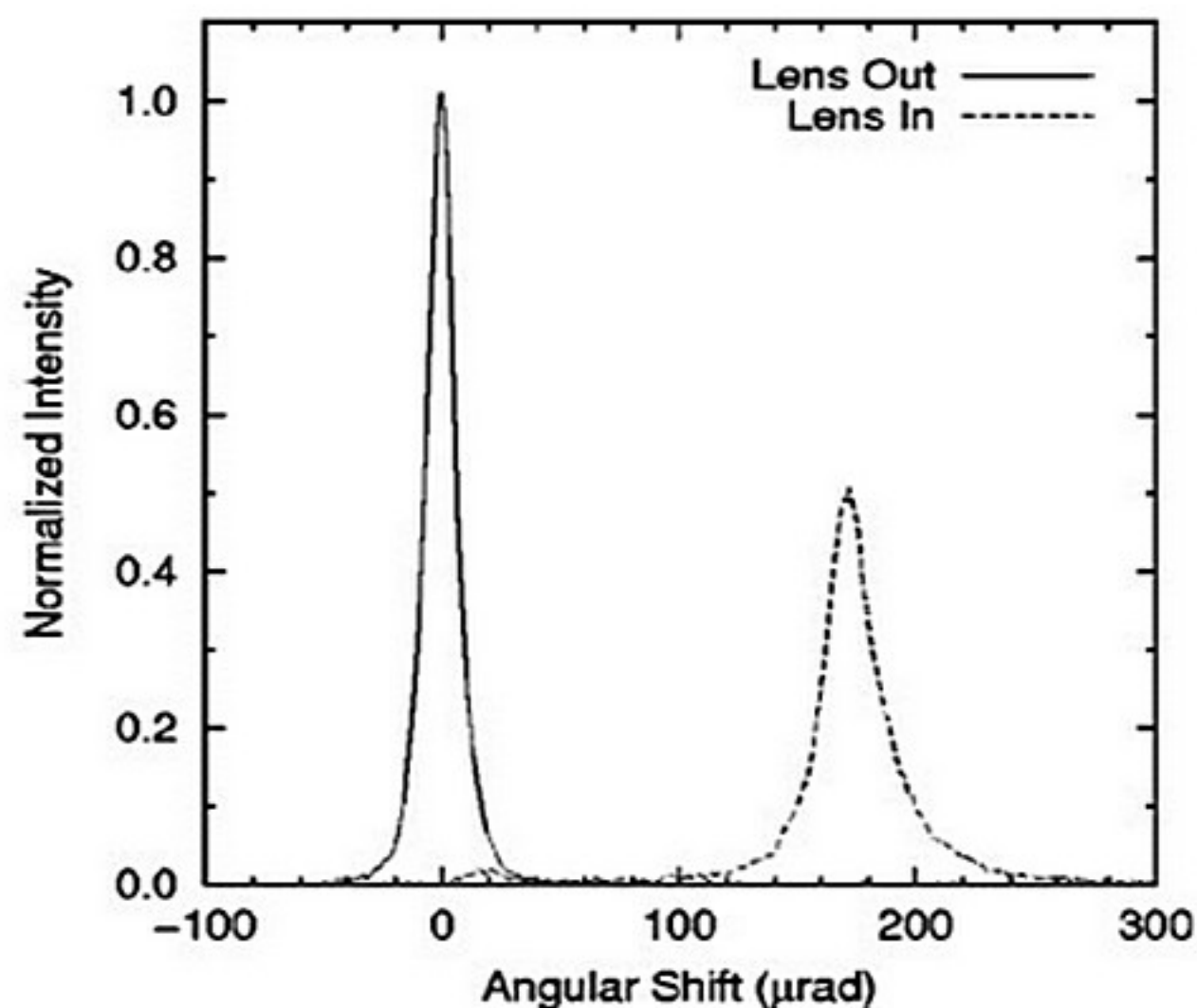
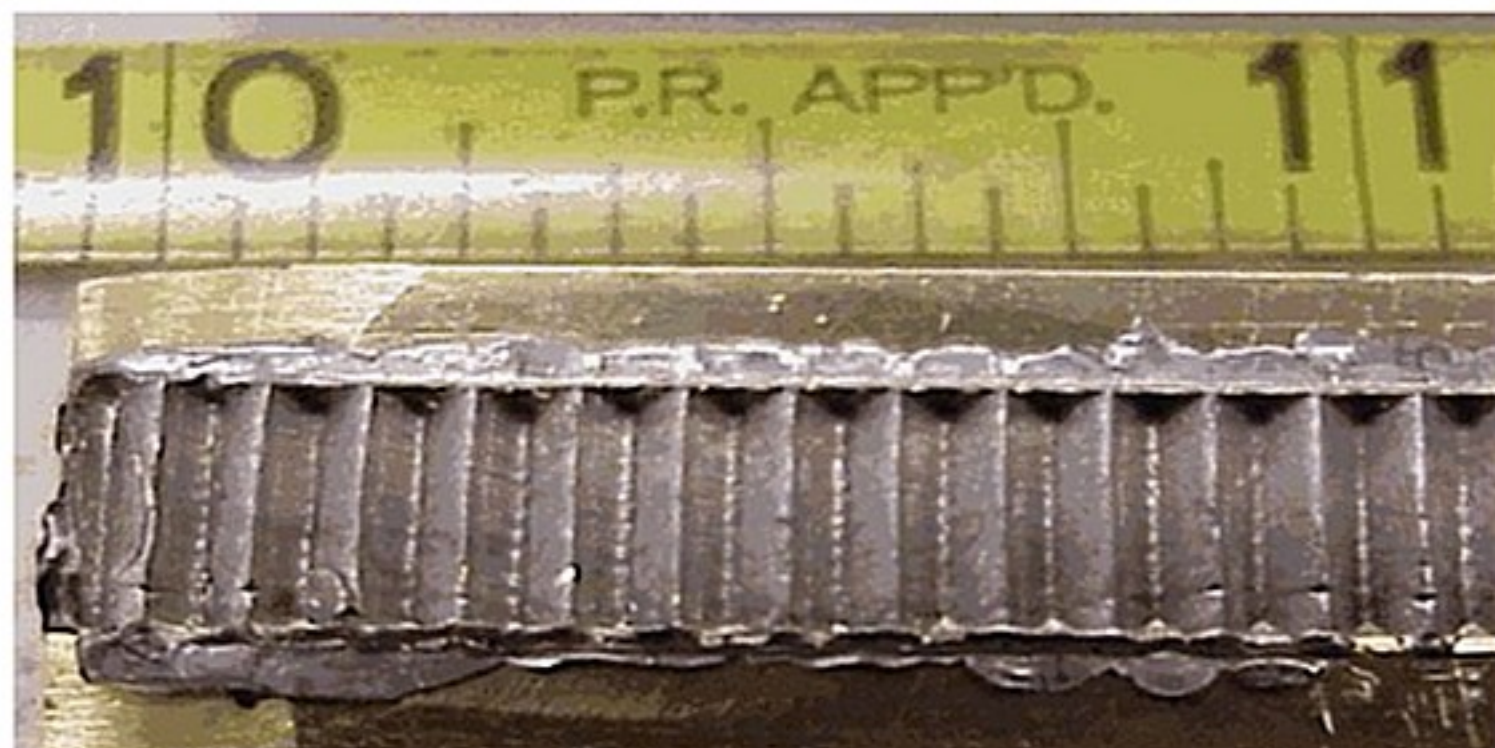
D. A. Arms, E. M. Dufresne, N. R. Pereira, et al.

Rev. Sci. Instrum., 2002, v.73, p.1492 (Li)



Focusing is not good.

The deflection of 10 keV narrow beam (slit) shows 3-d harmonic of 30 keV
 $\Delta\theta \approx 2N\delta$ $h = 0.5$ mm



Planar parabolic refractive lenses made from Silicon

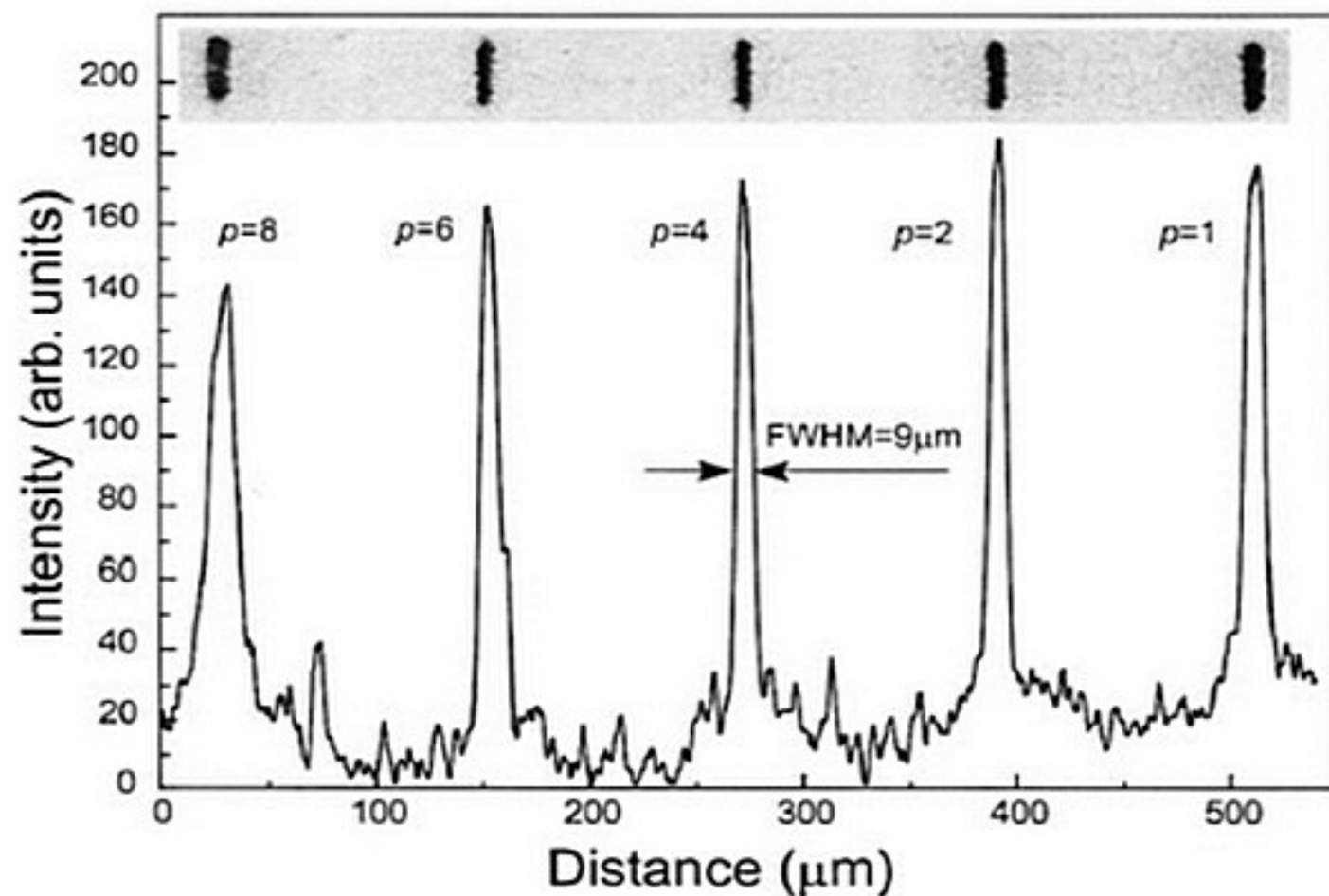
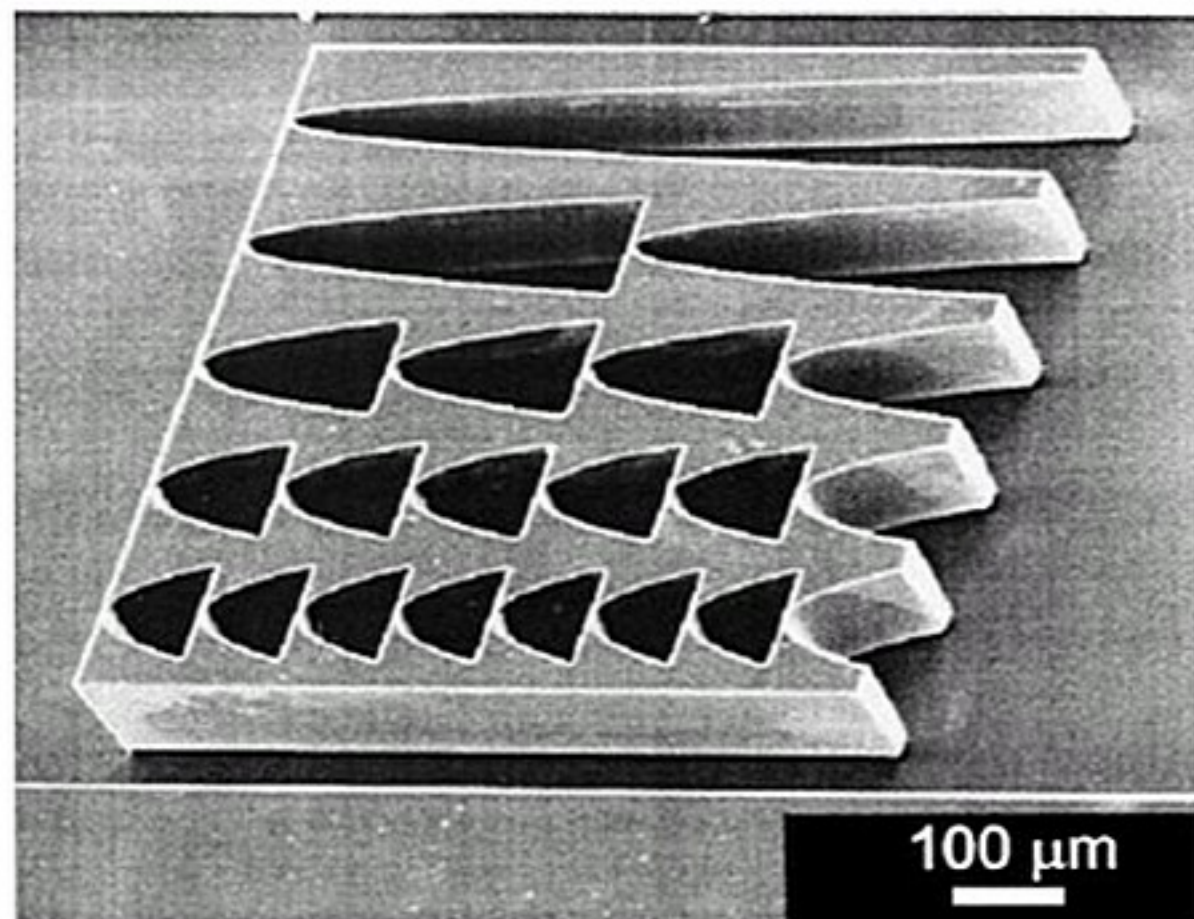
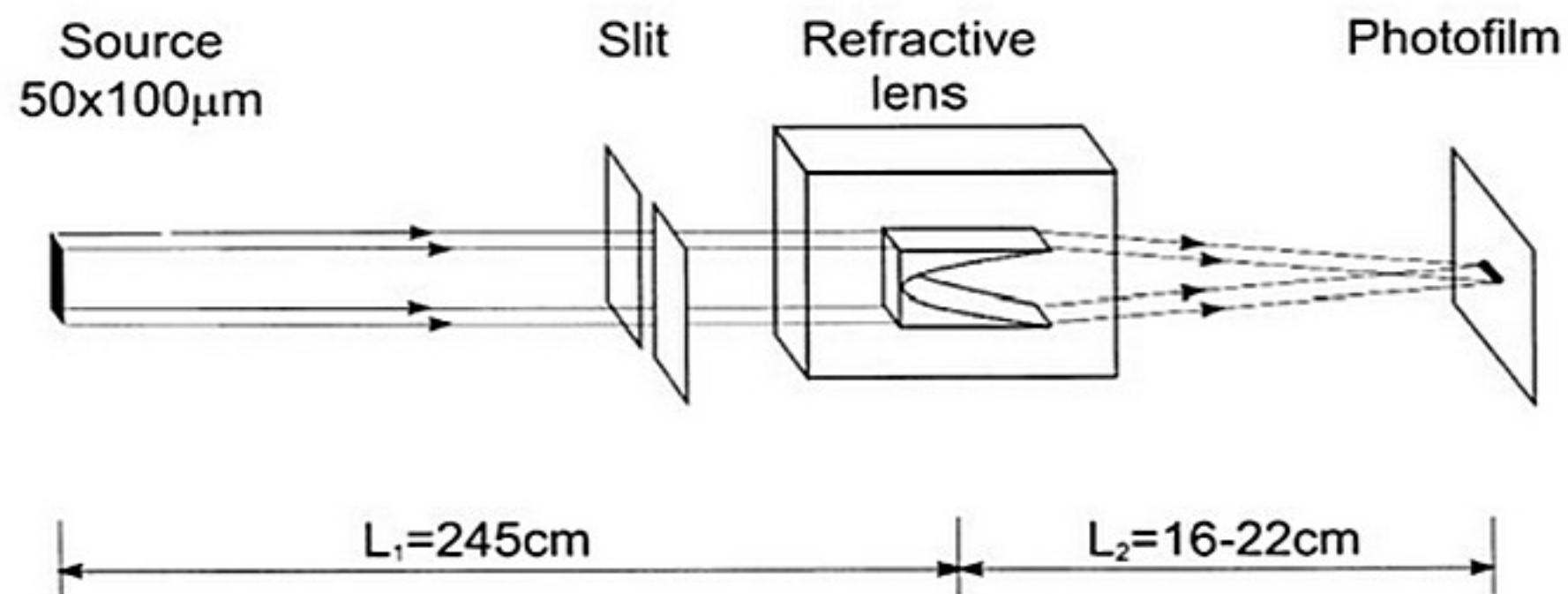
V.V. Aristov, M.V. Grigoriev, S.M. Kuznetsov, et al.

Opt. Comm., 2000, v.177, p.33

Appl. Phys. Lett., 2000, v.77, p.4058

Proc. SPIE, 2001, v.4145, p.285

PPRL can work with laboratory source. However, the aperture is small $\sim 100 \mu\text{m}$.



Parabolic compound refractive lenses made from Aluminium

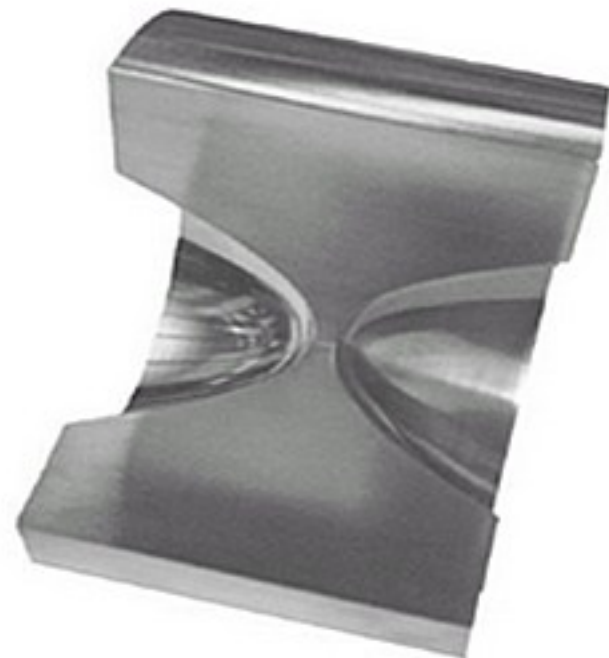
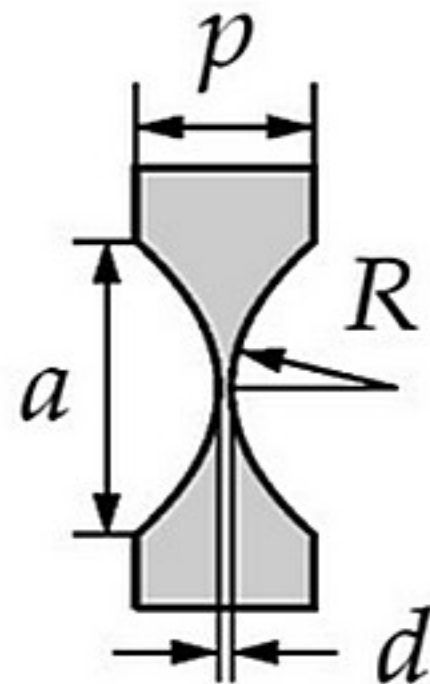
B. Lengeler, C. G. Schroer, A. Snigirev, et al.

Appl. Phys. Lett., 1999, v.74, p.3924

J. Synchr. Rad., 1999, v.6, p.1153

--- many other ---

J. Synchr. Rad., 2002, v.9, p.119

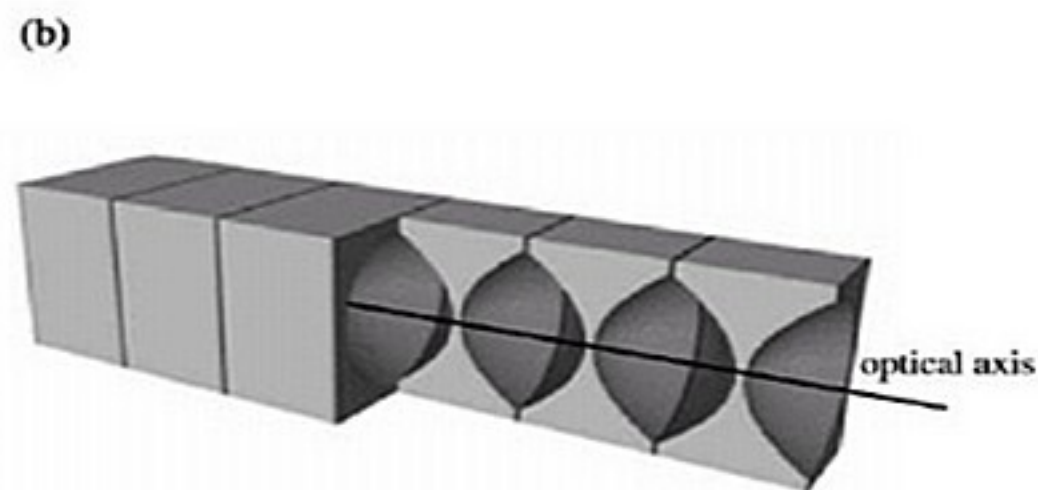
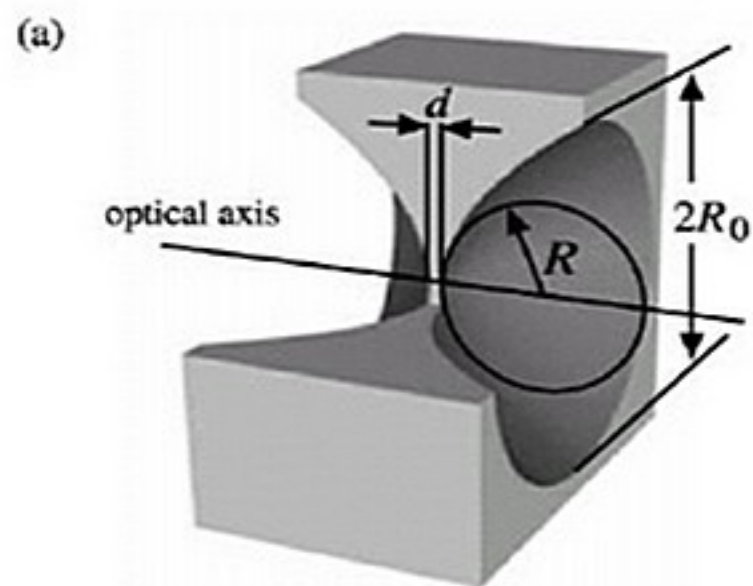
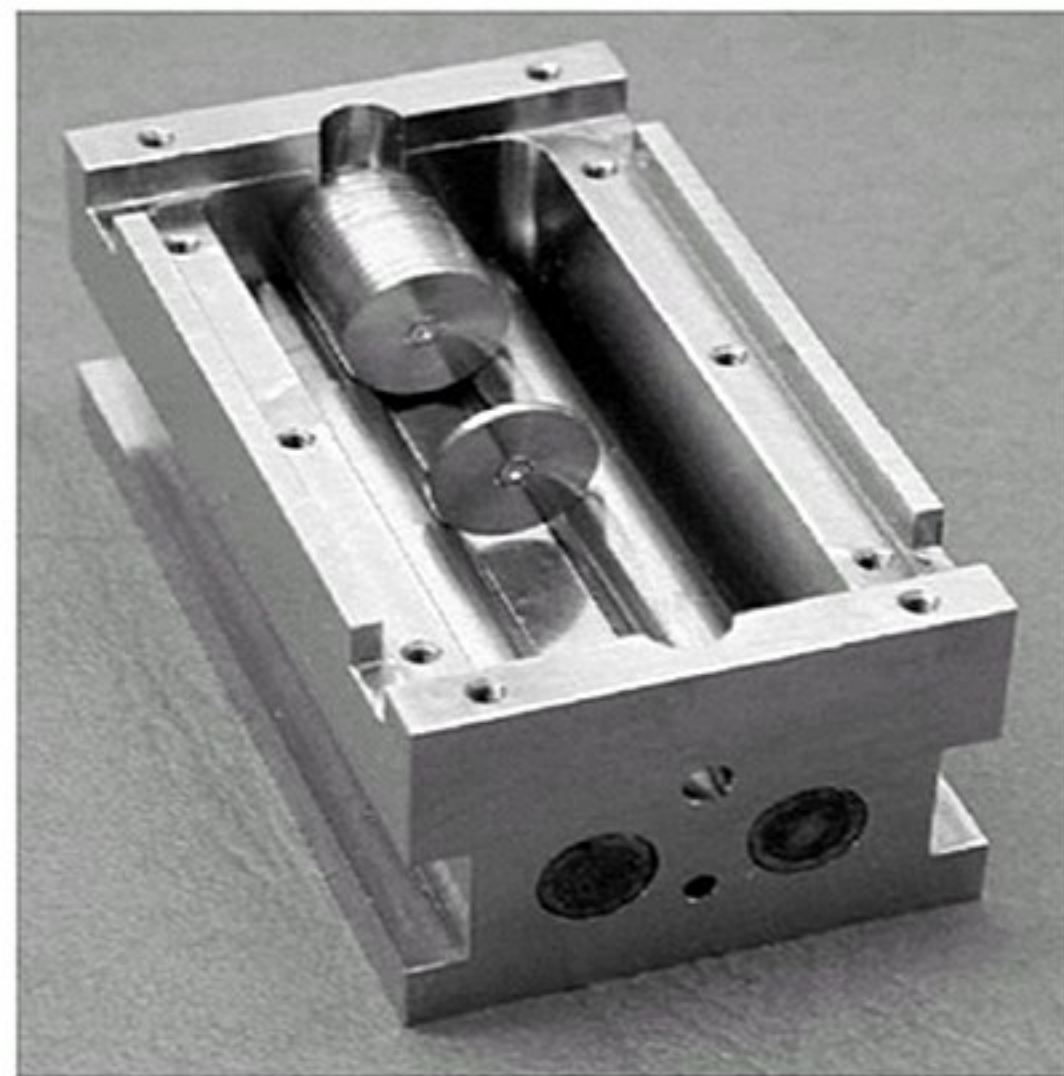


Parameters of element :

$$R = 0.2 \text{ mm}, \quad d = 0.01 \text{ mm}$$

$$p = 1 \text{ mm}, \quad a = 1 \text{ mm}$$

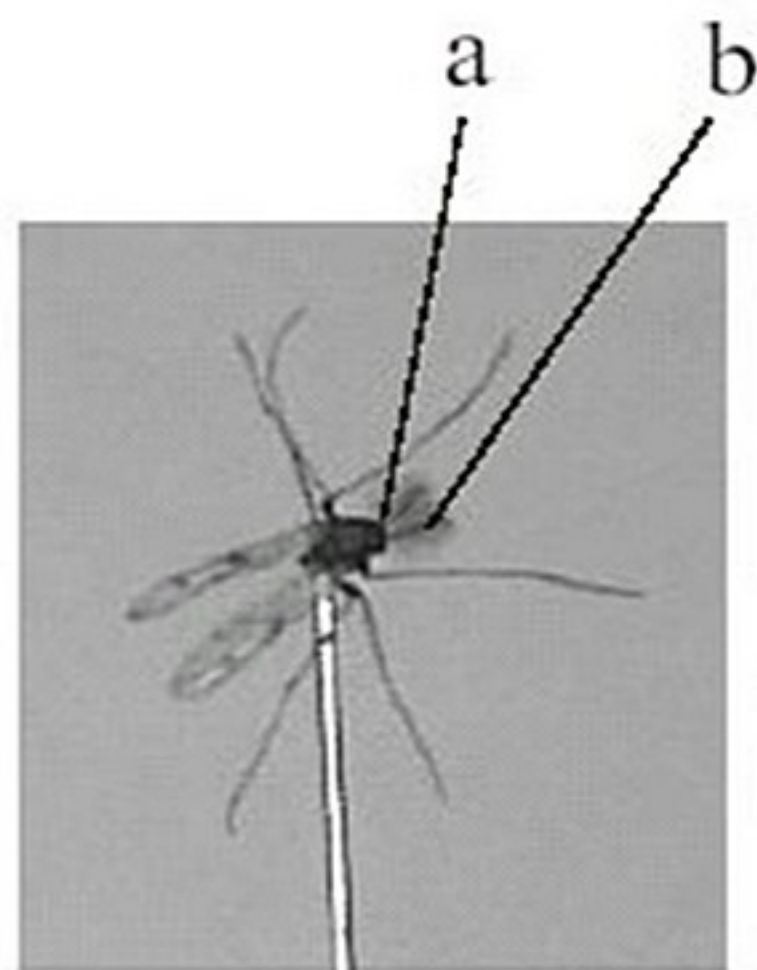
Such lens is a good imaging tool.



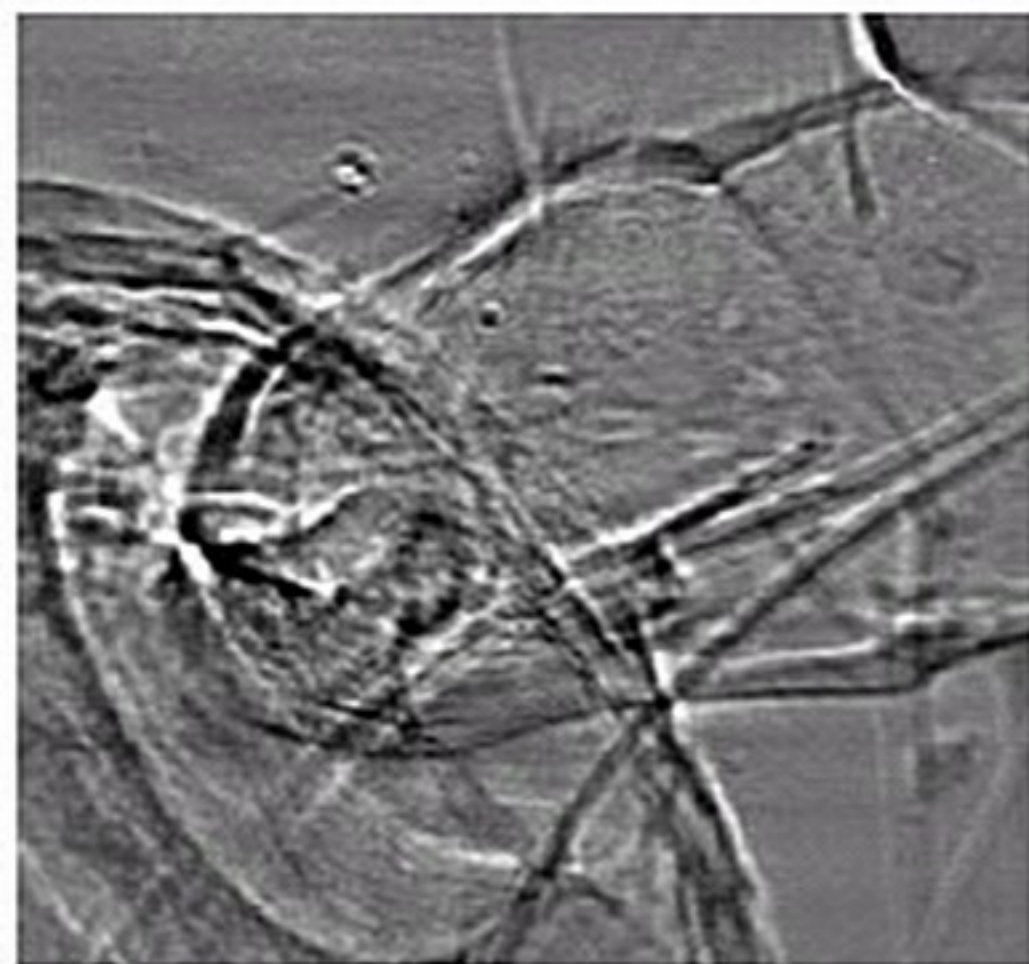
Imaging with the Lengeler's lens, example 1

from "X-Ray Microscopy" : Proc. 6-th Intern. Conf.,
AIP Conf. Proc., 2000, v.507, p.340

X-ray micrograph of an insect, $E = 23.5$ keV, $M = 12$
 $N = 62$, $F = 1.65$ m, $L_1 = 1.79$ m, $L_2 = 21.44$ m (slight defocusing)

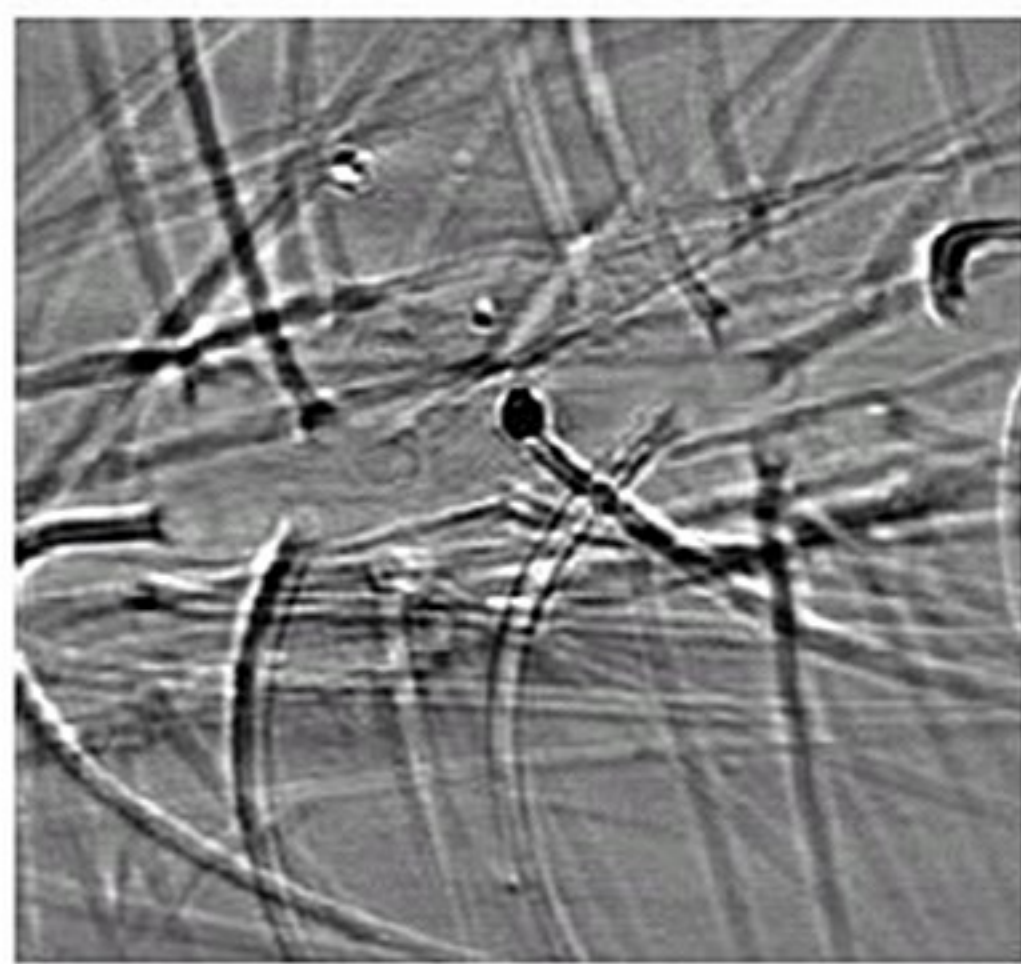


a)



20 μm

b)



20 μm

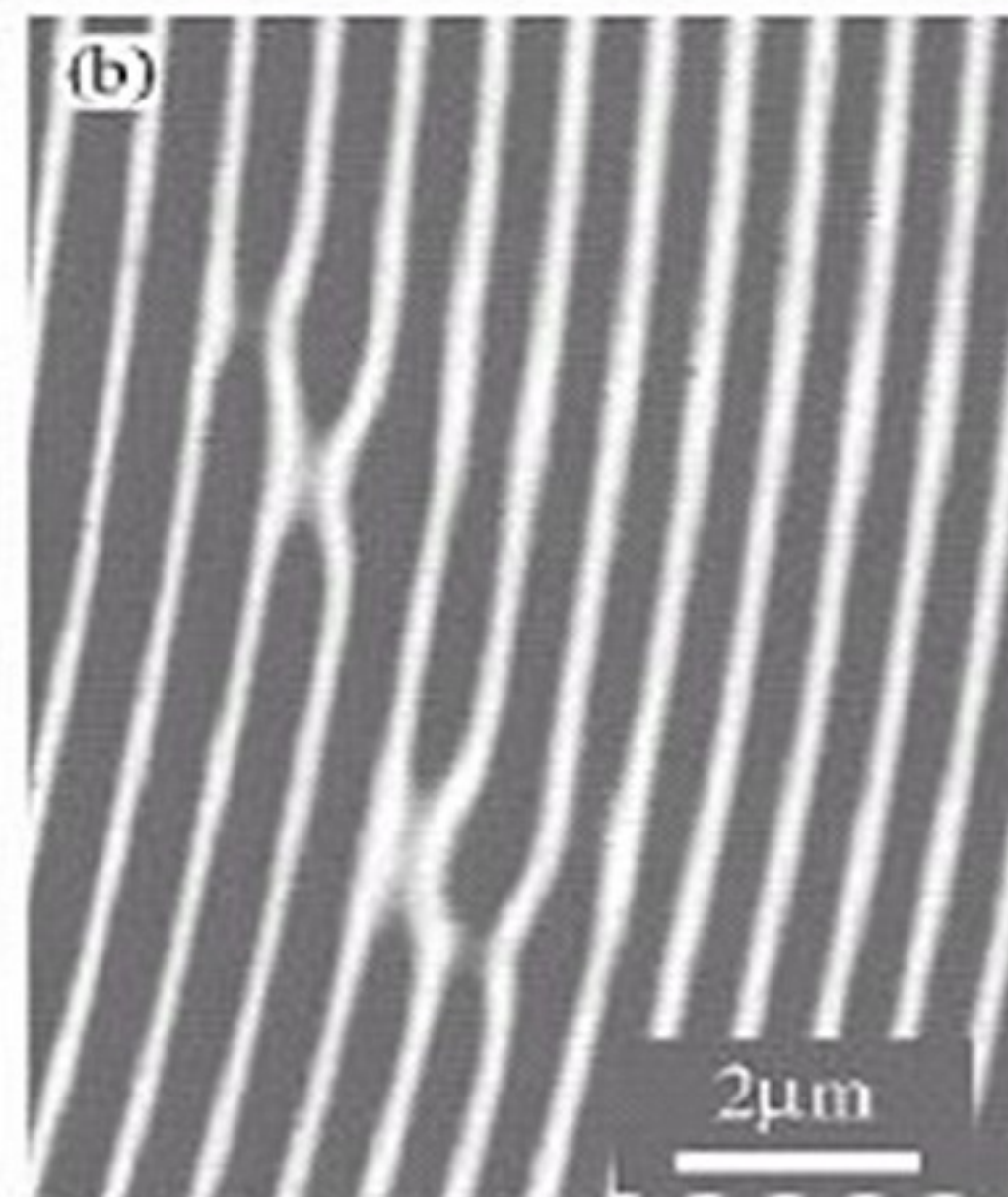
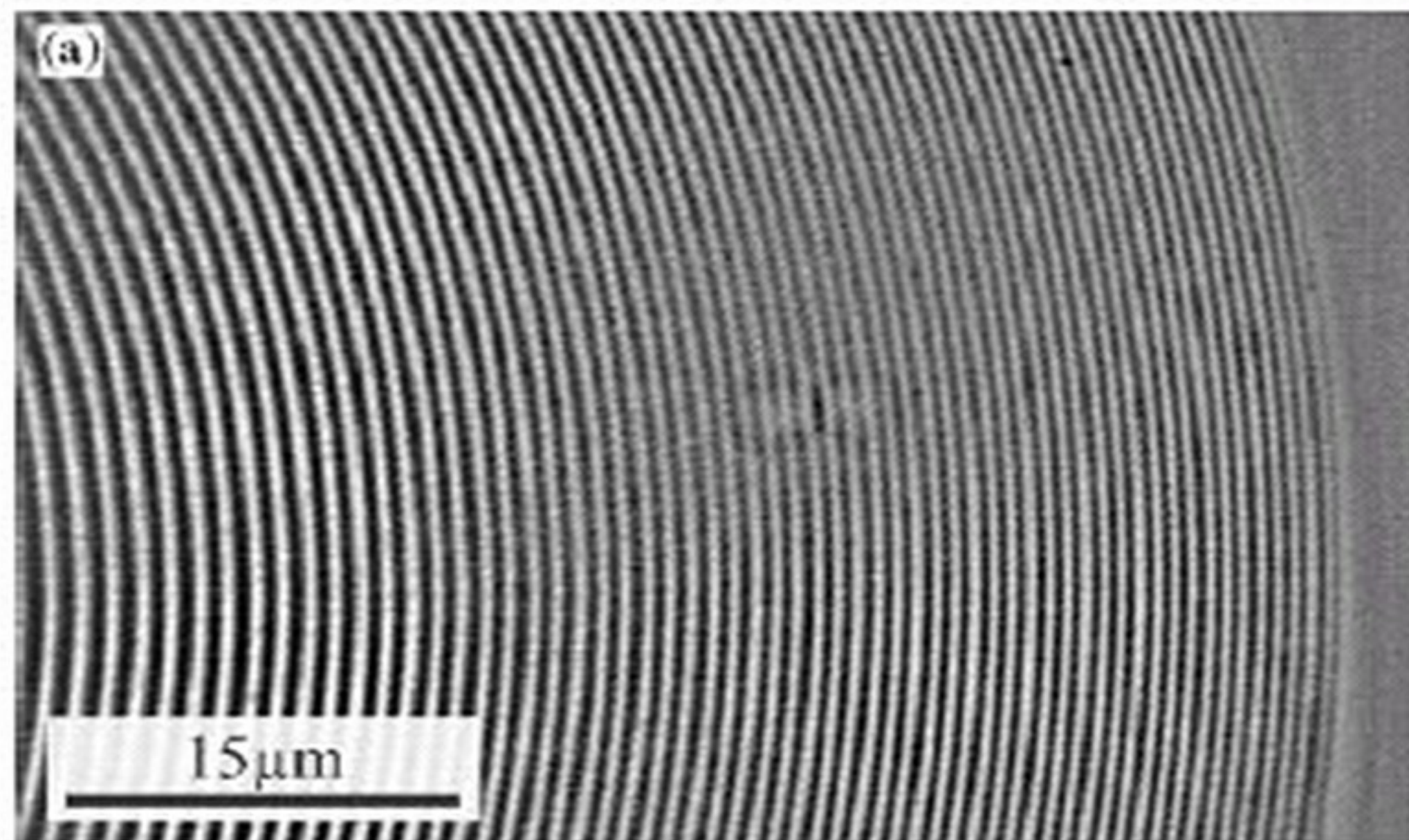
Imaging with the Lengeler's lens, example 2

from Nucl. Instr. Meth. A, 2001, v.467- 468, p.966

FZP of 200 μm diameter, 169 zones (IESS, Italy)

$E = 23.5 \text{ keV}$, $M = 12$, $N = 62$,
 $F = 1.65 \text{ m}$, $L_1 = 1.79 \text{ m}$, $L_2 = 21.44 \text{ m}$

$E = 14.4 \text{ keV}$, $M = 24$,
 $N = 50$, $F = 0.718 \text{ m}$,
 $L_1 = 0.748 \text{ m}$, $L_2 = 18 \text{ m}$



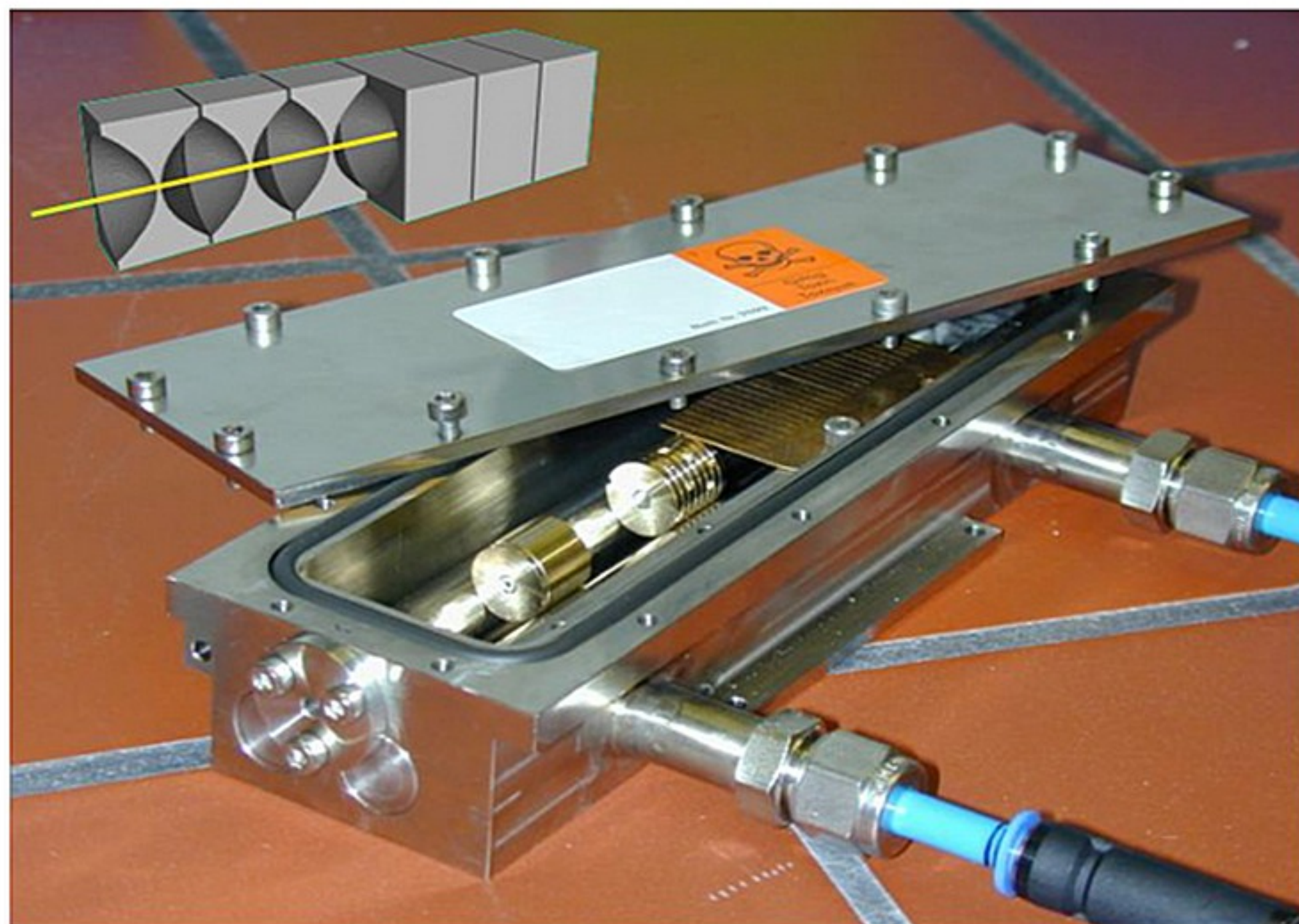
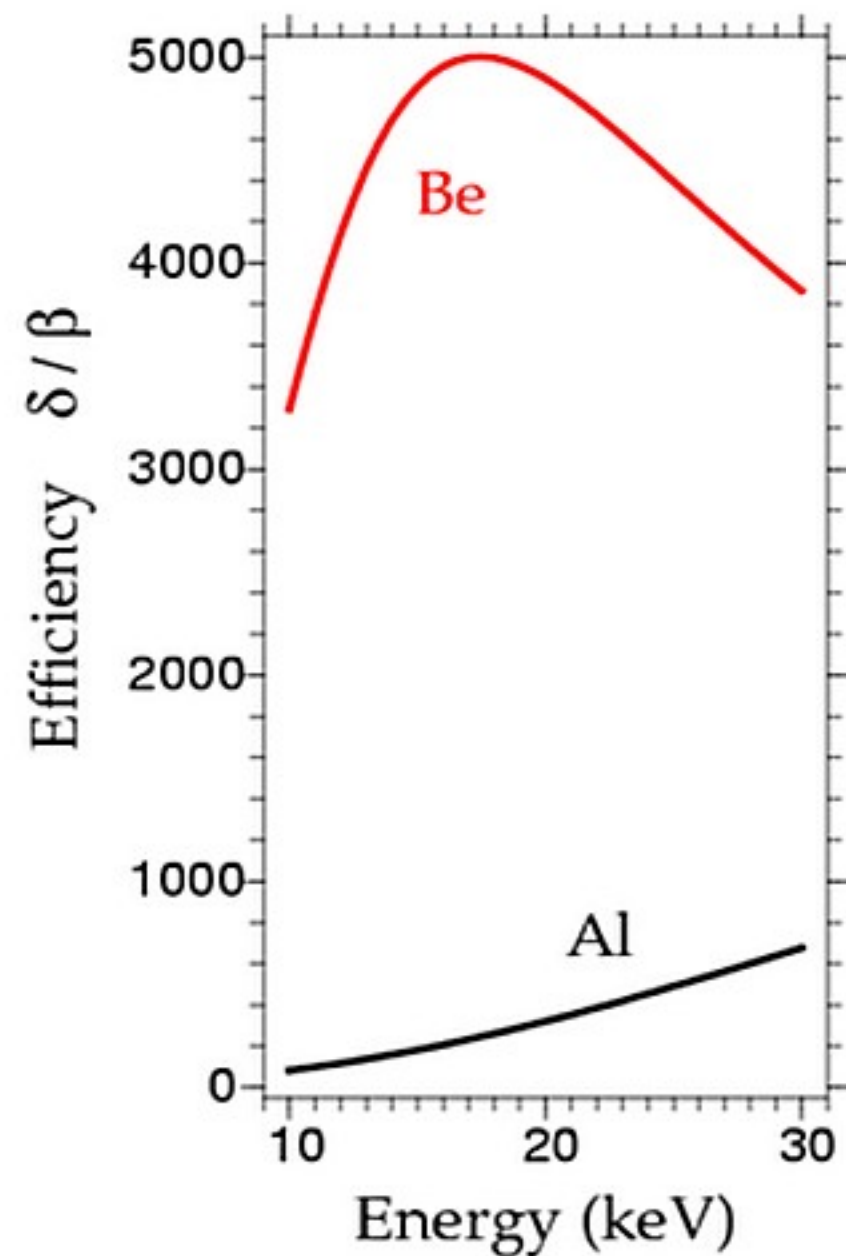
Parabolic compound refractive lenses made from Berillium

B. Lengeler, C. G. Schroer, A. Snigirev, et al.

Proc. SPIE, 2002, 4783, p.10-18 (<http://www.xray-lens.de>)

H. R. Beguiristain, J. T. Cremer, M. A. Piestrup, et al.

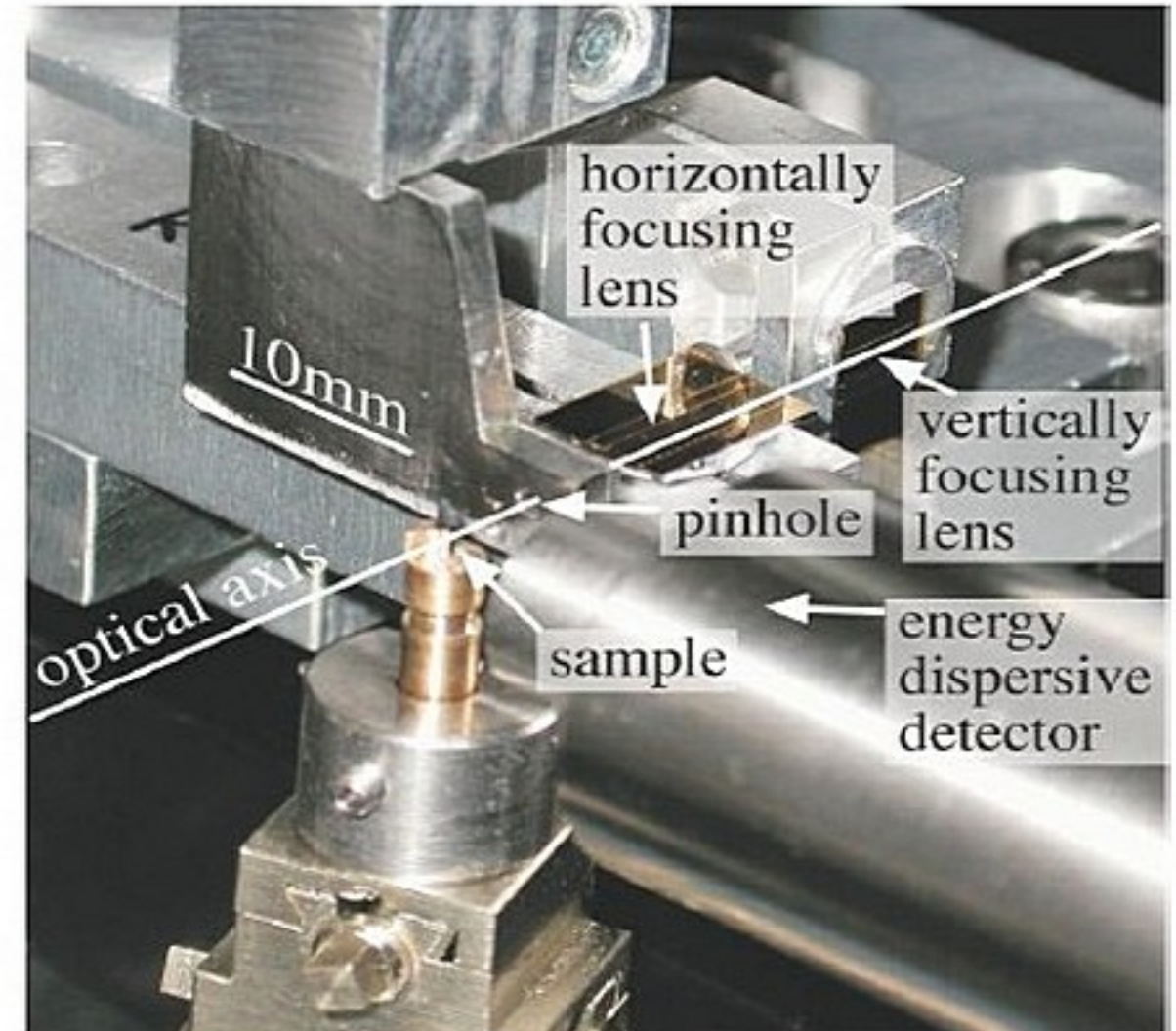
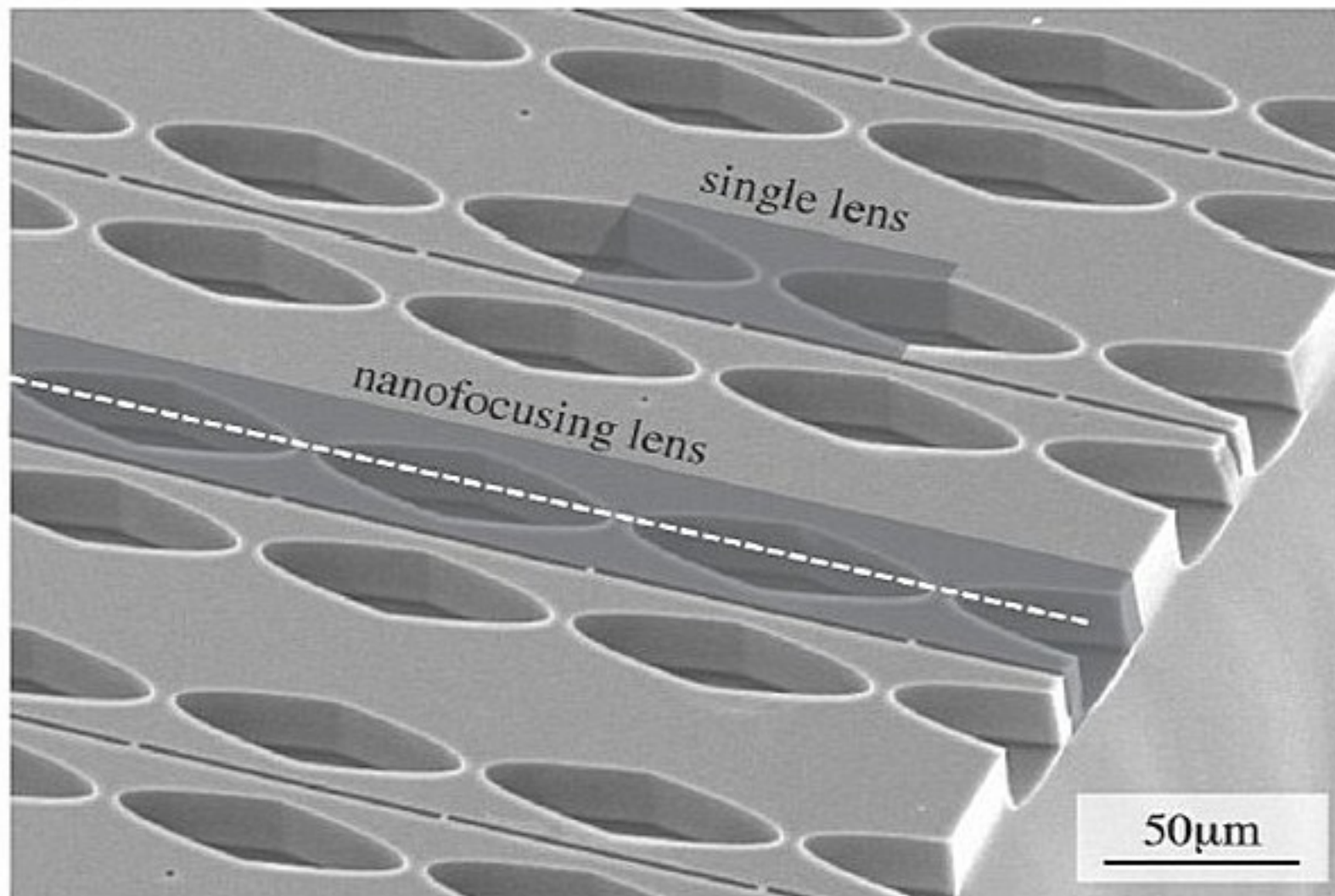
Opt. Lett. 2002, 27, N.9, p. 778-780



Planar silicon parabolic lenses made by microfabrication techniques

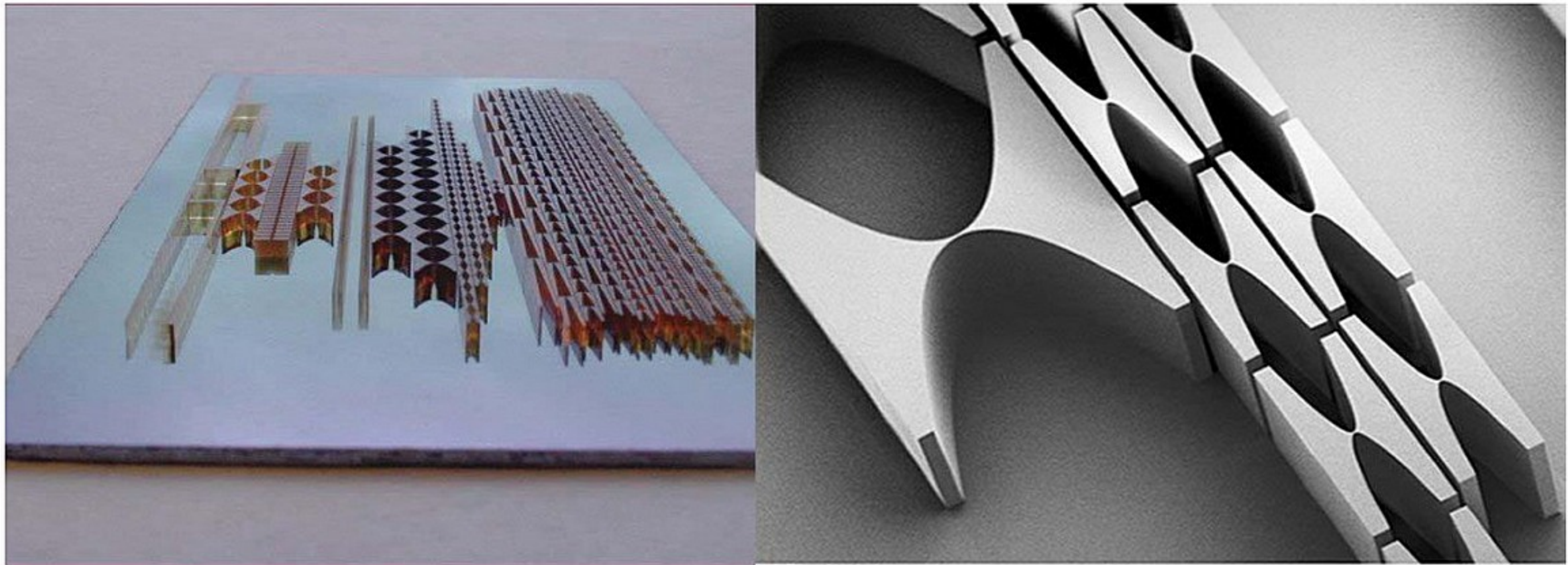
The lenses are fabricated using electron (e)-beam lithography and deep trench reactive ion etching. APL-2003-82-1485
RWTH Aachen University, Shroer, , Lengeler

One lens makes 1D focus, two lenses make 2D focus



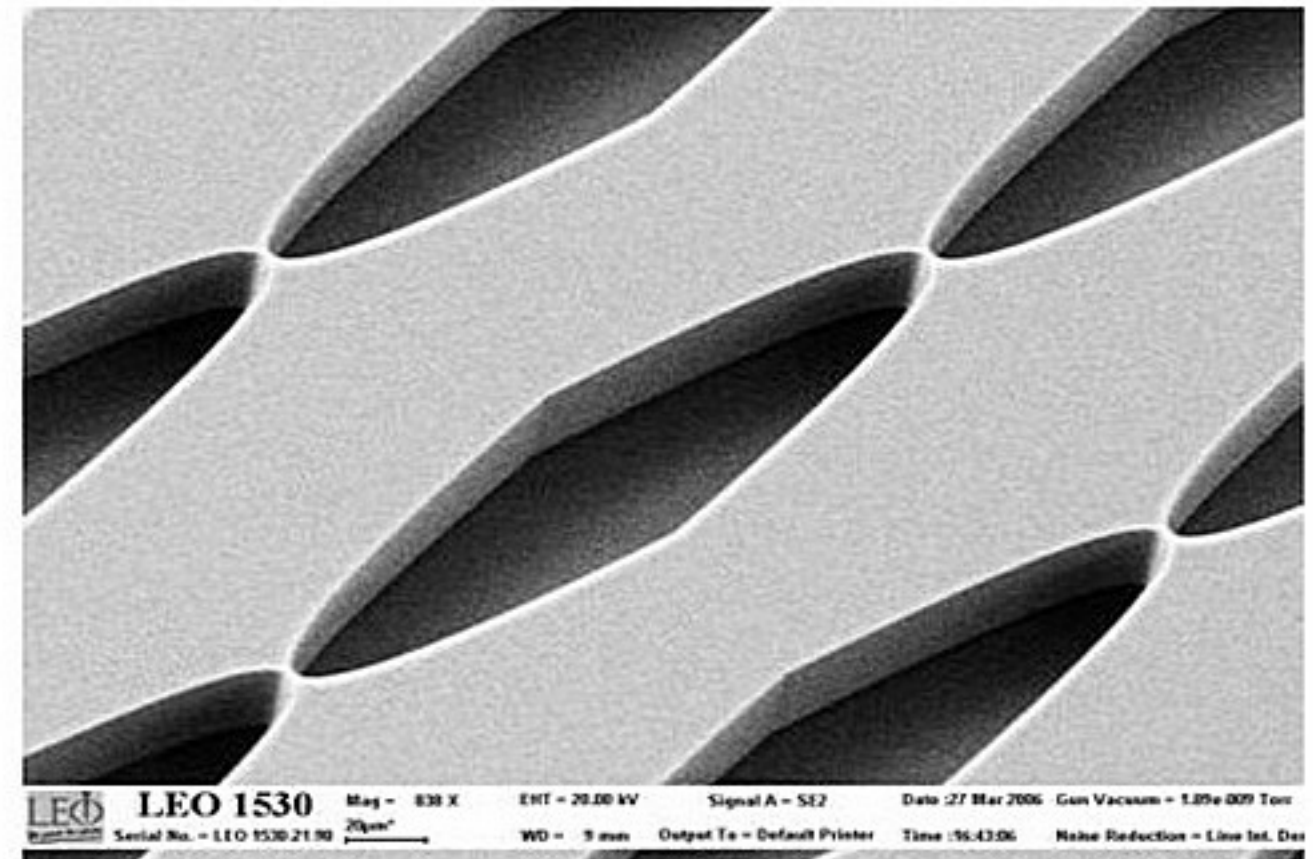
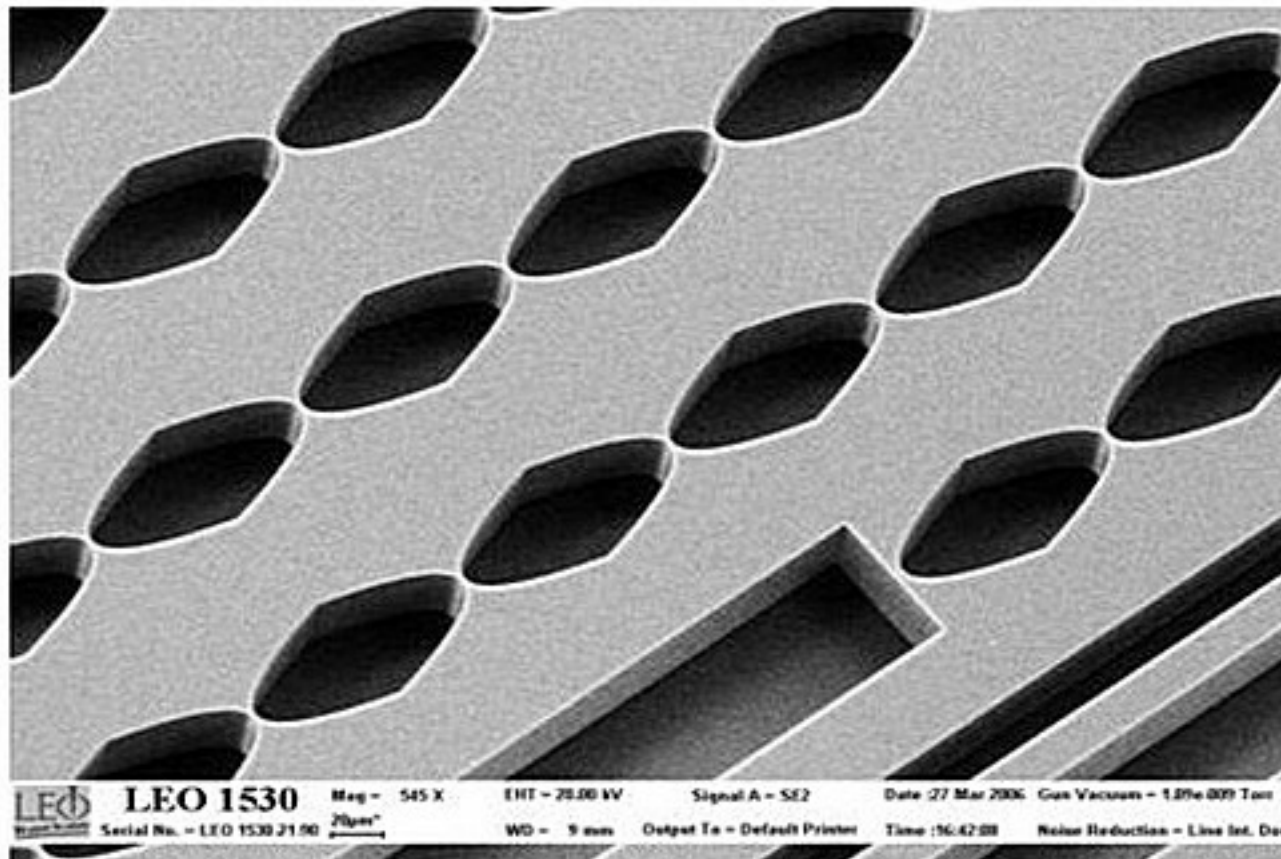
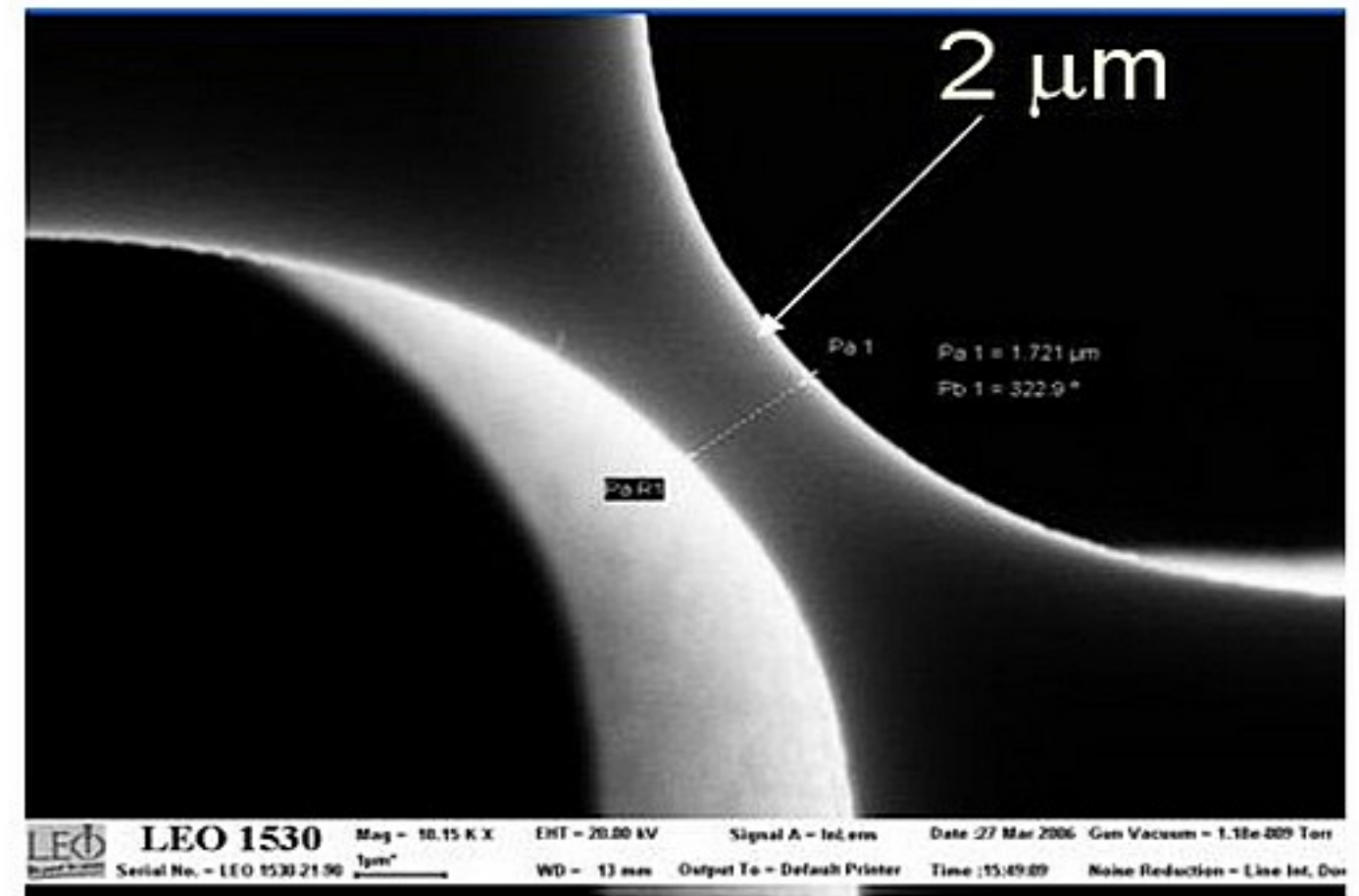
Planar SU-8 parabolic lenses made by LIGA techniques

The lenses are fabricated from SU-8 resist using LIGA
(Lithographie, Galvanoformung u Abformungstechniken)
LITHO-3 ANKA beamline, SPIE-2003-5195-21
IMT/FZK Karlsruhe, Germany, Nazmov, Reznikova




Planar Si lenses nano-focusing and nano-interferometry

Developed e-beam lithography and
deep etching. PRL-2009-103-064801
Chernogolovka, Russia, Yunkin



Liquid compound refractive X-ray lens

A. LAST,^{1,*}  J. GUTEKUNST,¹ A. OPOLKA,¹ M. KRUG,²
C. SCHWITZKE,² R. KOCH,² AND J. MOHR¹

¹*Institute of Microstructure Technology (IMT), Karlsruhe Institute of Technology (KIT),
Hermann-von-Helmholtz-Platz 1, 76344 Eggenstein-Leopoldshafen, Germany*

²*Institute of Thermal Turbomachines (ITS), Karlsruhe Institute of Technology (KIT), Kaiserstrasse 12,
76131 Karlsruhe, Germany*

*arndt.last@kit.edu

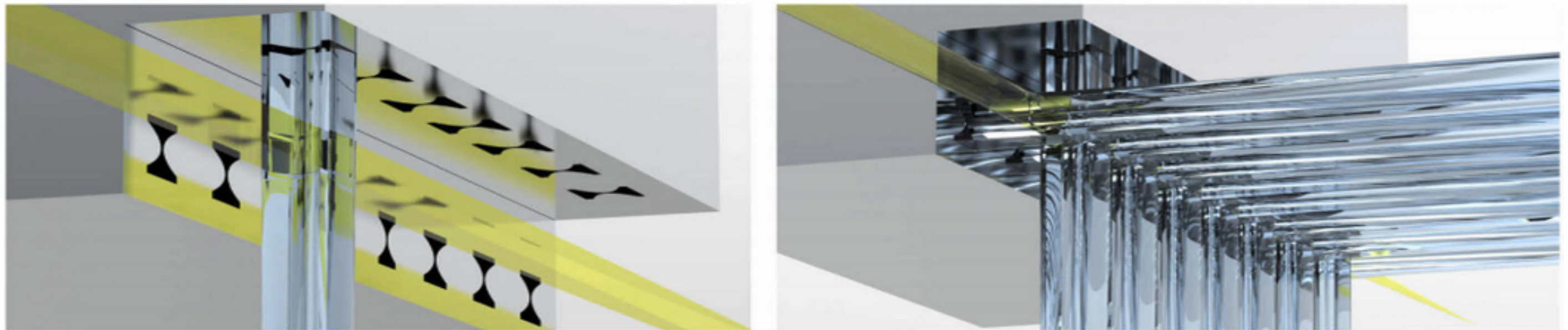
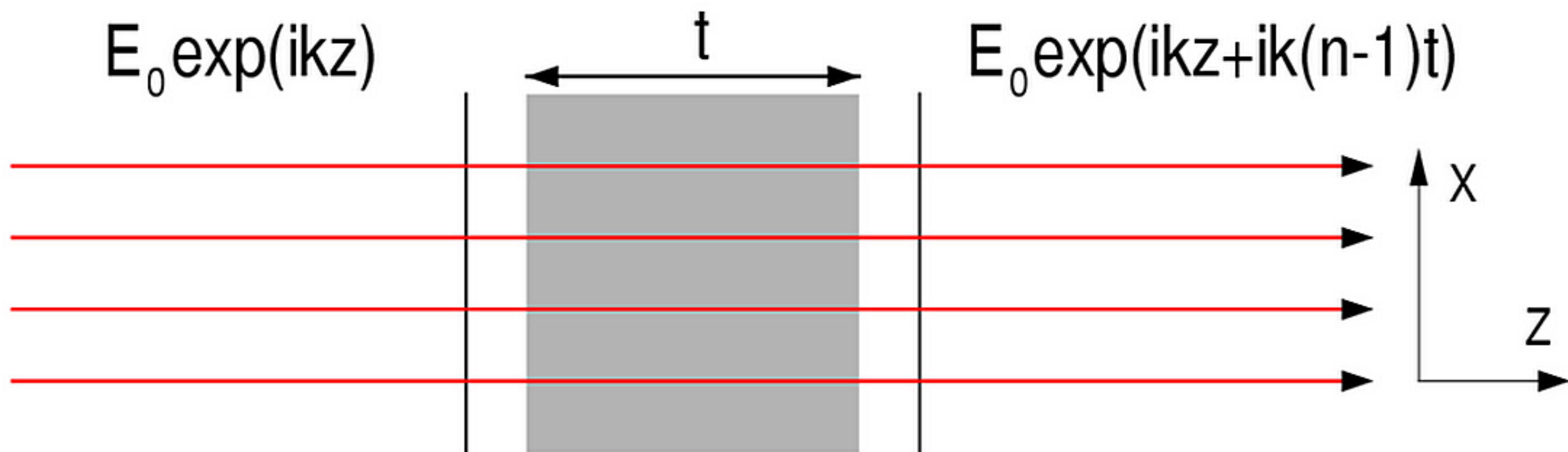


Fig. 2. Sketch of the device with the nozzles (gray box) and the CRL formed of liquid jets (blue) alternatively focusing the X-ray beam entering from the left side (yellow) in vertical and horizontal direction. Left: Only one nozzle is opened, this results in a line focus of the beam. Right: All nozzles opened, the beam (yellow) gets point focused at the right bottom side of the image.

plane wave, constant thickness



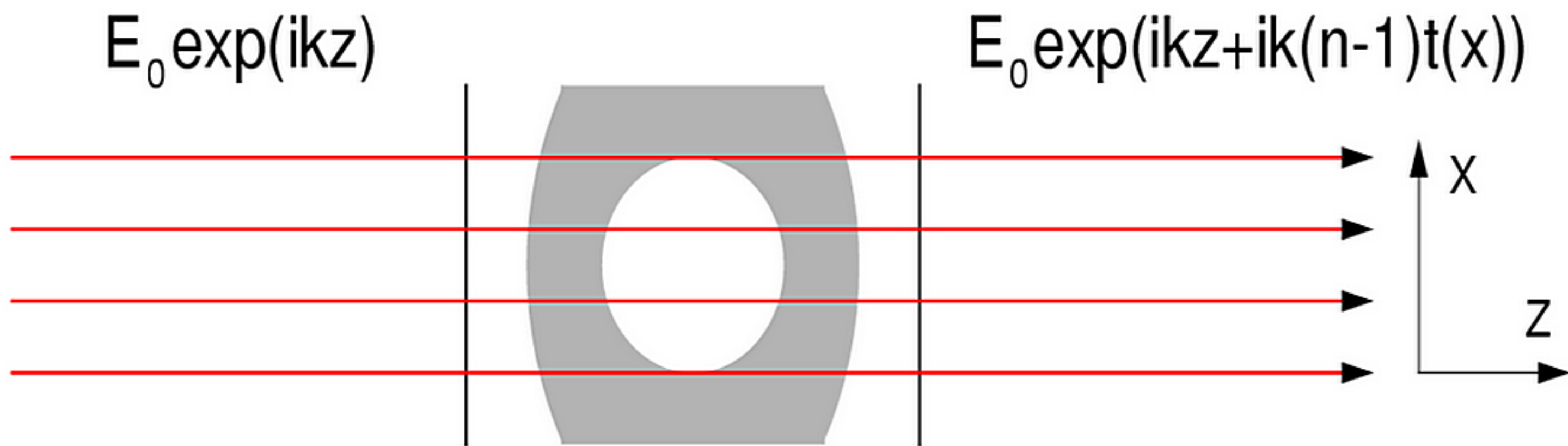
$k = 2\pi/\lambda$ is a wave number, λ is a wavelength,

$n = \varepsilon^{1/2} = 1 - \delta + i\beta$ is a refraction index,

For hard x rays $\delta \approx 10^{-6}$, $\gamma = \beta/\delta < 10^{-2}$

A radiation wave field amplitude has an additional complex phase, $k(n-1)t$, but it is independent of x . A contrast is absent.

plane wave, variable thickness

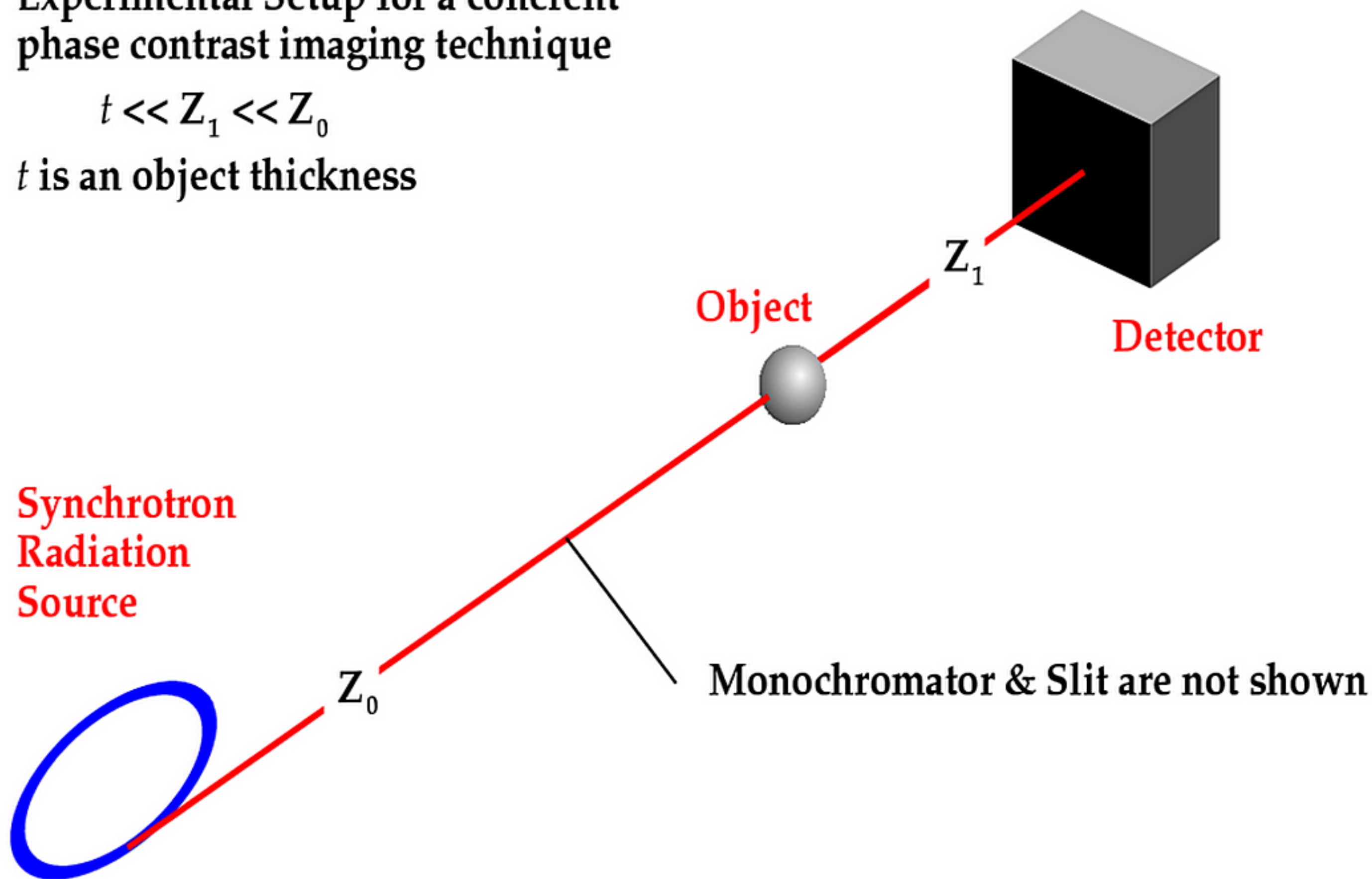


Now an additional complex phase $k(n-1)t(x)$ depends on x because object has a variable thickness. We can neglect a deviation of ray trajectories inside the object because a refraction is very small, but we need to take into account a variable phase shift. It is the basics of phase contrast.

Experimental Setup for a coherent phase contrast imaging technique

$$t \ll Z_1 \ll Z_0$$

t is an object thickness



$$E(x, z, \omega) = \exp(iKz - i\omega t) A(x, z, \omega), \quad K = 2\pi/\lambda = \omega/c,$$

$$dA/dz = -iK\eta(x, z, \omega)A + (i/2K)(d^2A/dx^2), \quad \eta = \delta - i\beta = \delta(1 - i\gamma)$$

В пустом пространстве ($\eta = 0$) уравнение имеет точное решение

$$A(x, z) = \int dx_0 P(x - x_0, z - z_0) A(x_0, z_0), \quad P(x, z) = (i\lambda z)^{-1/2} \exp(i\pi x^2/\lambda z)$$

$P(x, z)$ есть известный в оптике пропагатор Френеля, его Фурье-образ имеет аналитический вид, и эта формула является основной в теории

$$P(q, z) = \int dx \exp(-iqx) P(x, z) = \exp(-i(\lambda z/4\pi)q^2)$$

Внутри объекта используется приближение фазового контраста

$$A(x, z) = T(x)A(x, z_0), \quad T(x) = \exp(-iK \int dz_1 \eta(x, z_1))$$

Интеграл вычисляется в пределах от z_0 до z_1 .

$T(x)$ называется трансмиссионной функцией объекта.

В случае простой схемы: Точечный источник (x_s) – Объект (x_0) – Детектор (x) интеграл имеет вид

$$A(x, x_s, z_1) = \int dx_0 P(x - x_0, z_1) T(x_0) P(x_0 - x_s, z_0).$$

Важно, что формулу можно преобразовать к более универсальному виду

$$A(x, x_s, z_1) = P(x - x_s, z_t) \int dx_0 P(x_r - x_0, z_r) T(x_0),$$

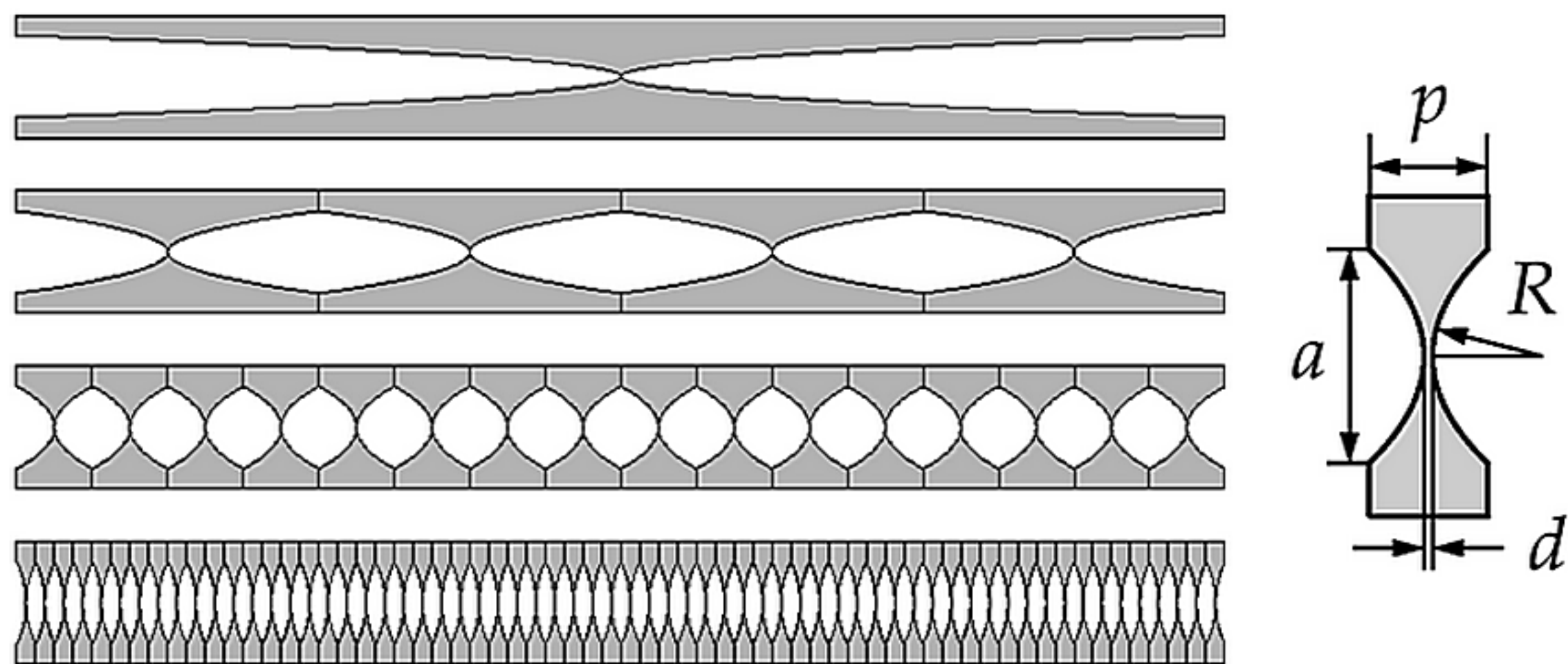
где

$$z_t = z_0 + z_1, \quad z_r = z_0 z_1 / z_t, \quad x_r = (z_0 / z_t)(x + x_s z_1 / z_0)$$

Вывод: Расстояние z_0 не меняет картинки по существу. Картинка увеличивается при умножении на множитель z_t/z_0 и сдвигается на расстояние $-x_s z_1/z_0$. Сдвиг можно сразу получить поворотом оси z . Поэтому часто можно делать расчет для плоской волны. Множитель перед интегралом не влияет на интенсивность, но если вместо детектора стоит второй объект, то он становится существенным.

Теория короткой параболической преломлящей линзы.

Короткая линза – это линза, которую можно описать трансмиссионной функцией. Такая линза может быть как простой, так и составной. Поперечный размер линзы обычно более, чем в 100 раз меньше продольного размера. Поэтому реально изготовить только составную линзу



Трансмиссионная функция линзы имеет вид

$$T(x) = \exp(-i\pi x^2/\lambda f_c) \theta(x_a - |x|), \quad f_c = f/(1 - i\gamma), \quad f = R/2\delta$$

где $x_a = a/2$, a есть апертура линзы, R есть радиус кривизны у вершины параболы.

Если линза поглощает на концах апертуры, то интеграл для простой схемы эксперимента вычисляется аналитически и может быть записан в симметричном виде

$$A(x, x_s) = T_0(x, z_b/a_0) P(x - x_s, z_b) T_0(x_s, z_b/a_1)$$

где

$$T_0(x, z) = \exp(-i\pi x^2/\lambda z), \quad z_b = z_1 + z_0 - z_1 z_0 / f_c, \quad a_0 = z_0 / f_c, \quad a_1 = z_1 / f_c$$

Аналитическое решение можно записывать разными способами. Данный вид ясно иллюстрирует принцип взаимности: замена точки источника и детектора ничего не меняет.

Выводы из решения:

фокусное расстояние равно $z_{1f} = f/(1 - f/z_0)$.

Полуширина гауссовой кривой интенсивности излучения при $z_1 = 0$ (сразу после линзы) равна $w_0 = e_1(\lambda f/\gamma)^{1/2}$, $e_1 = (2\ln 2/\pi)^{1/2} = 0.6643$

Максимум интенсивности при $z_1 = 0$ равен $I_m = 1$, если не учитывать поглощения на перемычках.

Интегральная интенсивность не зависит от z_1 и равна

$$S = e_3 I_m w, \quad e_3 = 1/(2^{1/2} e_1) = (4\ln 2/\pi)^{-1/2} = 1.0645$$

Максимум интенсивности в фокусе ($z_1 = z_{1f}$) равен $I_m = \gamma^{-1}$.

Полуширина гауссовой кривой интенсивности в фокусе ($z_1 = z_{1f}$) (сразу после линзы) равна $w_f = w_0 \gamma = e_1(\lambda f \gamma)^{1/2}$,

Вопрос: до какого размера можно сжать пучок СИ ?

[C. Bergemann, H. Keymeulen, J.F. van der Veen, Phys. Rev. Lett., 2003, 91, 204801](#)

Авторы теоретически вычисляли процесс фокусировки пучка СИ конусообразным капилляром и установили предел на размер пучка

$$w_c = \lambda(8\delta)^{-1/2} = 0.354 \lambda(\delta)^{-1/2}$$

Они заявили, что этот предел действует для всех видов фокусировки. Как это работает для тонкой линзы ?

Длина линзы определяется формулой $t_m = a^2/4R$. Апертура $a = 2w_0$. Пусть $f = t_m = w_0^2/R$. Это условие можно выполнить при $R = e_1^2 \lambda/\gamma$, где $e_1^2 = 0.44$.

Такой маленький радиус кривизны в принципе можно реализовать на практике используя многоэлементную линзу с большим числом элементов. Вычисляем фокусное расстояние и получаем оценку на размер пучка в фокусе в виде

$$w_{fc} = e_1^2 \lambda(2\delta)^{-1/2} = 0.312 \lambda(\delta)^{-1/2}$$

Теория длинной непрерывно преломляющей линзы

Пусть линза состоит из большого числа тонких элементов в большом R и элементы плотно упакованы. Усредним плотность материала вдоль пучка в пределах одного элемента. Это приближение, которое упрощает задачу. Уравнение для такой линзы

$$dA/dz = -iK\eta(x^2/pR)A + (i/2K) (d^2A/dx^2)$$

Здесь $\eta = \delta(1 - i\gamma)$, $p = a^2/4R$ Это уравнение с граничным условием

$$A(x, x_0, 0) = \delta(x - x_0)$$

имеет решение, которое играет роль пропагатора линзы

$$P_0(x, x_0, z) = T_0(x, r/a_0) P(x - x_0, r) T_0(x_0, r/a_0)$$

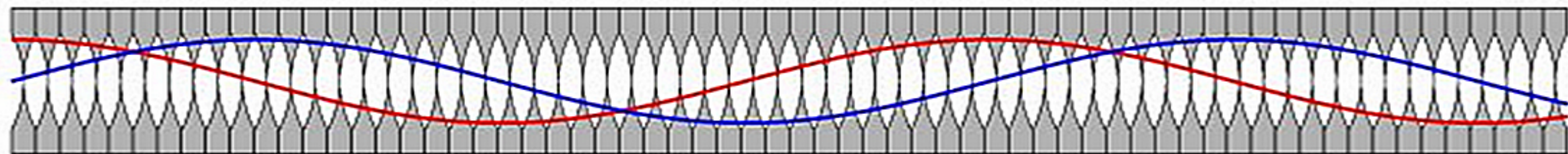
где параметры r и a_0 являются функциями координаты z

$$r(z) = z_c \sin(z/z_c), \quad a_0(z) = 1 - \cos(z/z_c), \quad z_c = (pR/2\eta)^{1/2}$$

Соответственно, полное решение можно получить в виде интеграла

$$A(x, z) = \int dx_0 P_0(x, x_0, z) A(x_0, 0).$$

Ray Tracing - PCR lens (the rays trajectories)



The ray trajectory in a paraxial approximation is described by a simple equation:

$$x = x_t(z), \quad \frac{d^2 x_t}{dz^2} = -\frac{x_t}{L_c^2}$$

The lens looks like a wave guide. It can focus x rays many time inside itself.

The solution is simply obtained

$$x_+(z) = x_0 \cos(u_z) + \theta_0 L_c \sin(u_z), \quad u_z = \frac{z}{L_c}, \quad L_c = \left(\frac{pR}{2\delta} \right)^{1/2}$$



Consider the beam with parameters $z_0 = -p/2, x_0, \theta_0$ at the lens entrance. The coordinates of the point where the ray enters the lens material are $z_1 = z_0 + z_r, x_1 = x_0 + z_r\theta_0$, where

$$z_r = [(B^2 - 4AC)^{1/2} - B]/2A \quad (4)$$

Here,

$$A = \theta_0^2/2R, B = 1 + x_0\theta_0/R, C = z_0 + d/2 + x_0^2/2R. \quad (5)$$

Note that $A > 0, B > 0$ but $C < 0$. At this point the angle defining the ray direction changes to have a value $\theta_1 = \theta_0 - x_1\delta/R$.

The coordinates of the second point where the beam exits the material are $z_2 = z_1 + z_r, x_2 = x_1 + z_r\theta_1$, where

$$z_r = [B - (B^2 - 4AC)^{1/2}]/2A \quad (6)$$

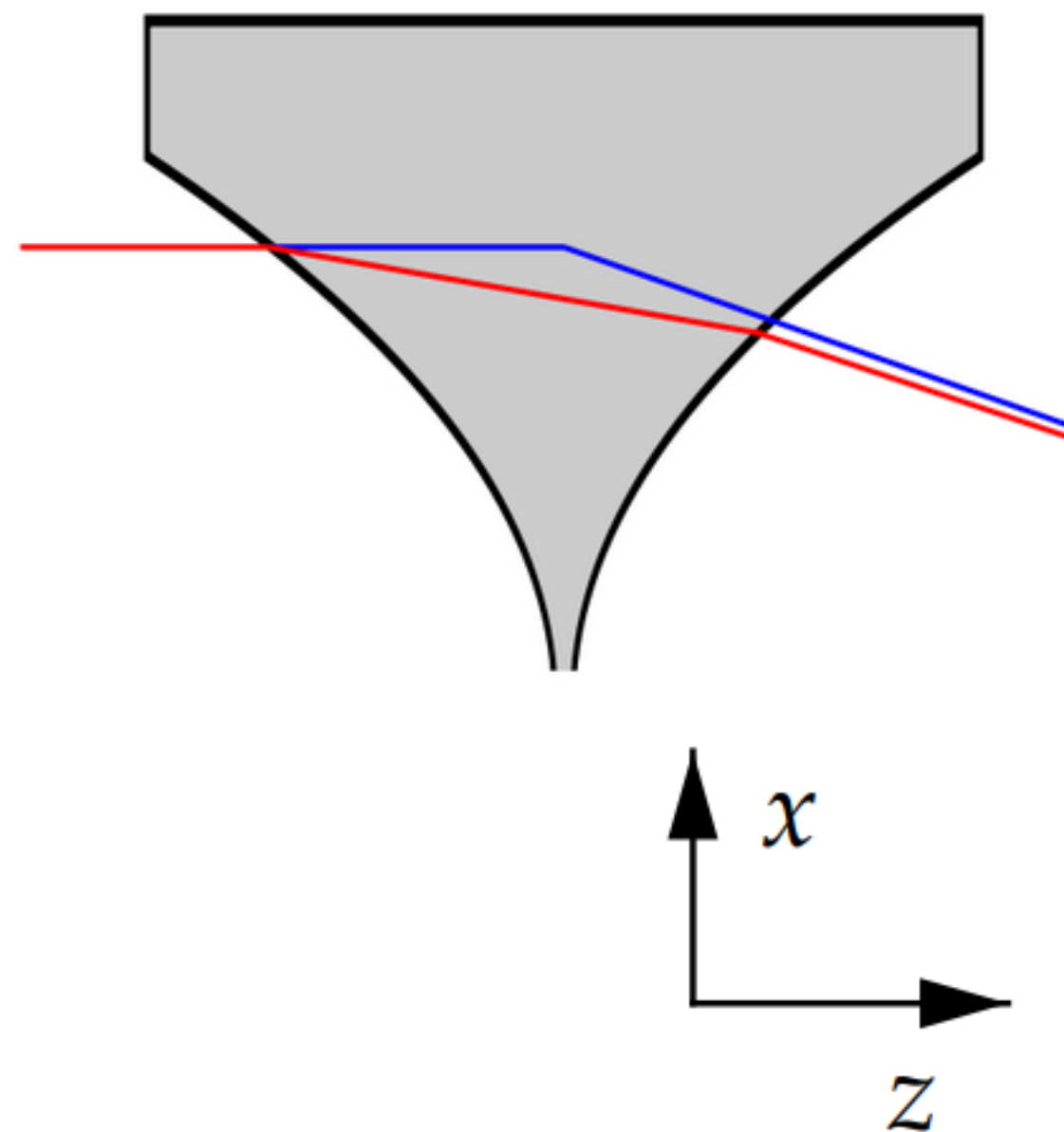
Here,

$$A = \theta_1^2/2R, B = 1 - x_1\theta_1/R, C = d/2 + x_1^2/2R - z_1. \quad (7)$$

Note that now $A > 0, B > 0, C > 0$ and the ray direction angle changes to $\theta_2 = \theta_1 - x_2\delta/R$. At the lens end (just behind the CRL) we have $z_3 = p/2, x_3 = x_2 + (z_3 - z_2)\theta_2, \theta_3 = \theta_2$.

$$\Delta\theta = -\delta\frac{x}{R}$$

$$x_2 = x_0 \left(1 - \frac{\delta p}{R}\right) + \theta_0 p$$



**Сегодня есть 3 типа нанофокусирующих СПЛ
с параметрами в мкм**

(1) $A = 50, R = 6.25, p = 102, d = 2$

(2) $A = 30, R = 3.75, p = 62, d = 2$

(3) $A = 10, R = 1.25, p = 22, d = 2$

**Здесь A = апертура СПЛ, R = радиус кривизны,
 $p = d + A^2/4R$. Из теории коротких СПЛ следует,
что надо уменьшать апертуру и параметр $\gamma = \beta/\delta$,
а также приближать фокусное расстояние. Тогда
нужна теория длинных СПЛ.**

CRL N	1	2	3
E = 10 keV, $\gamma = 0.015$			
L_c , mm	8.05	4.86	1.67
N_l	61	61	59
A_e , μm	7.23	5.61	3.29
$2A_e/A$	0.3	0.4	0.7
w_f , nm	93	72	42
E = 30 keV, $\gamma = 0.0018$			
L_c , mm	24.4	14.7	5.06
N_l	187	186	180
A_e , μm	20.7	16.1	9.42
$2A_e/A$	0.8	1.1	1.9
w_f , nm	32	25	15
E = 50 keV, $\gamma = 0.00087$			
L_c , mm	40.6	24.6	8.44
N_l	313	310	301
A_e , μm	29.4	22.9	13.4
$2A_e/A$	1.2	1.5	2.7
w_f , nm	23	18	10

Параметры СПЛ из кремния

при длине $L = (\pi/4)L_c = (1/2)L_{\text{max}}$

Правильный ответ получается

лишь при $2A_e/A < 1$

Это не всегда выполняется.

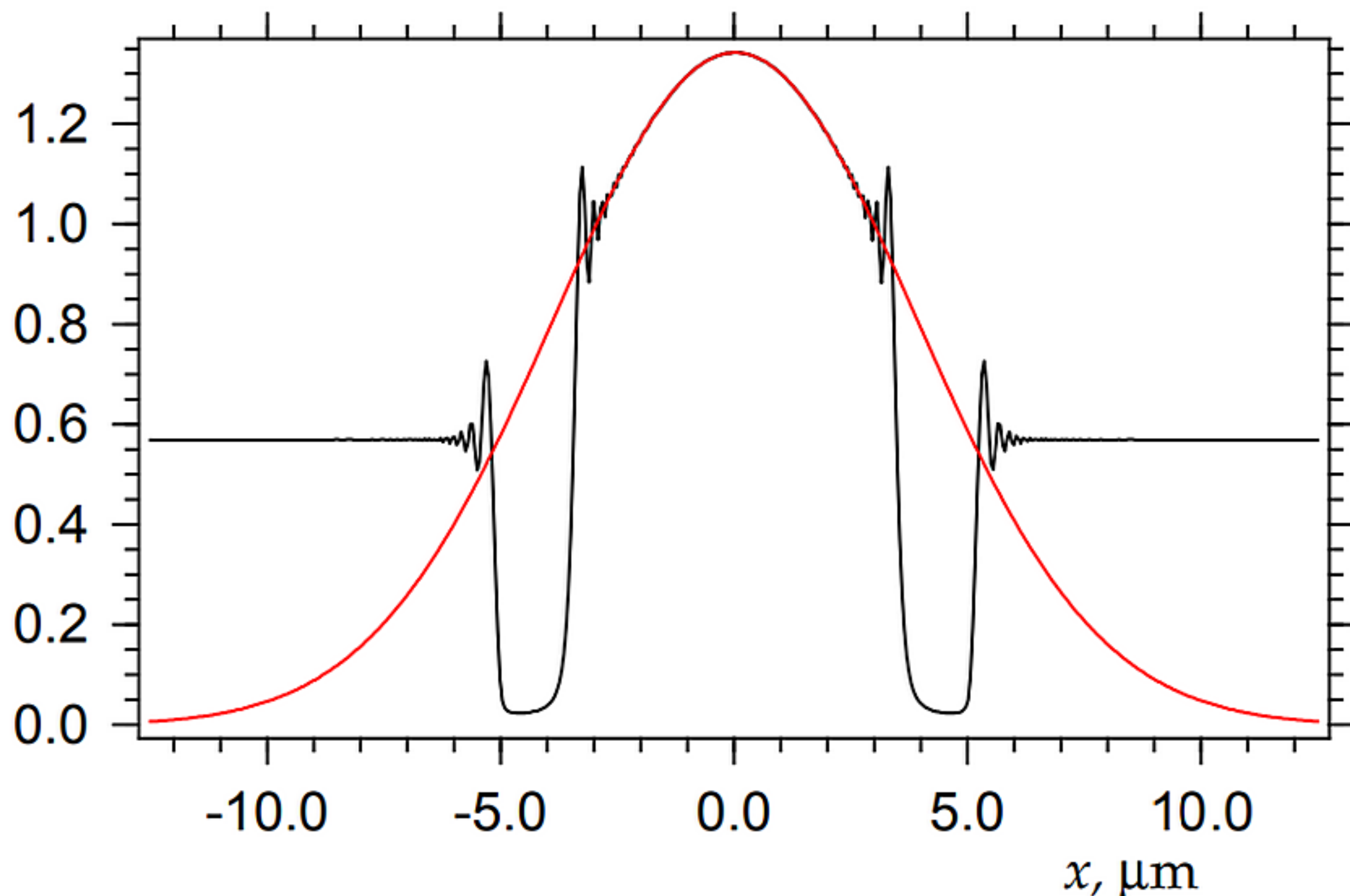
Все значения меньше 26 нм

направильны. Нужна более

точная теория с учетом

апертуры СПЛ.

$$L_c = \left(\frac{pR}{2\delta} \right)^{1/2}$$

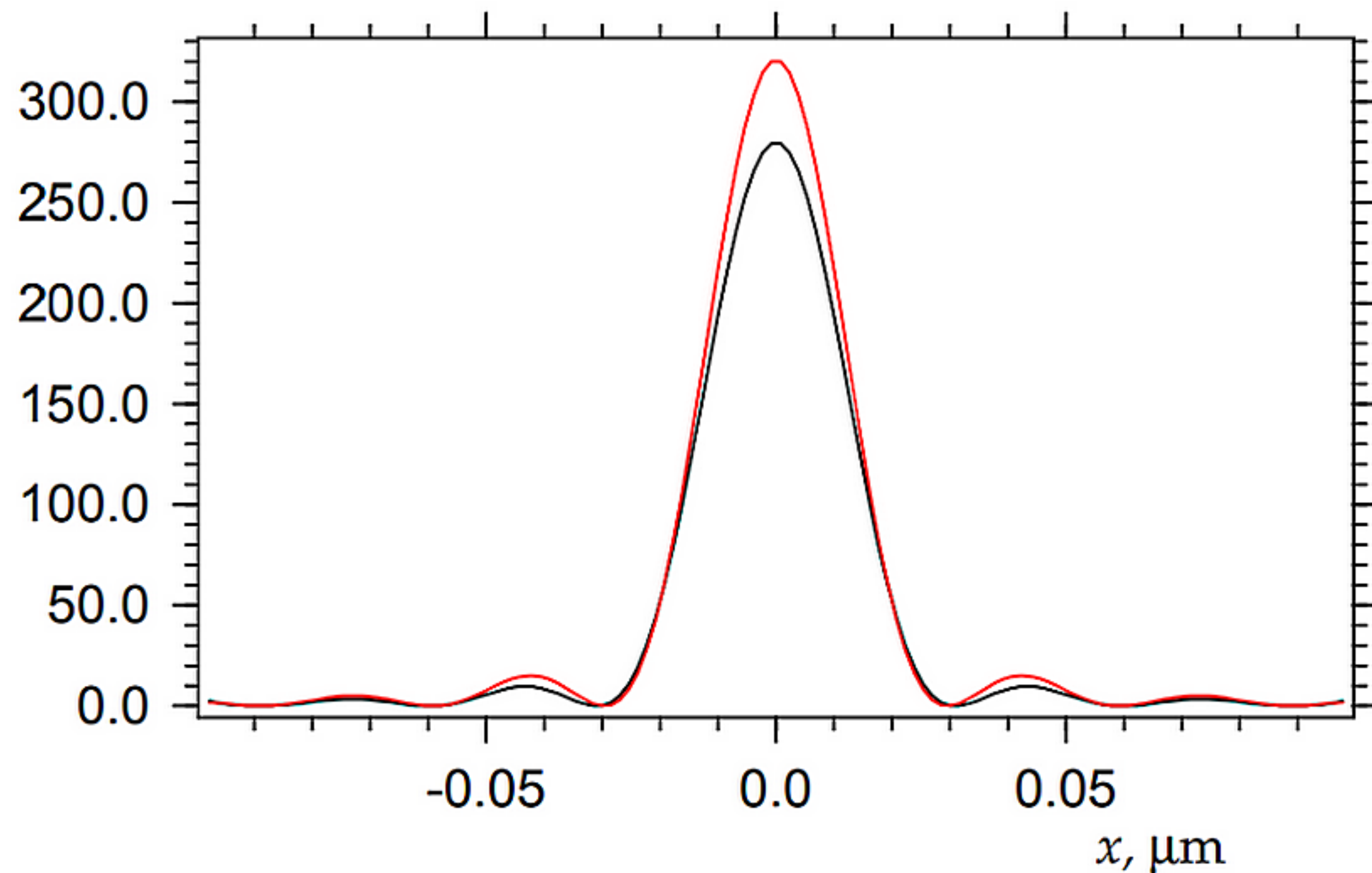


Кривые относительной интенсивности на выходе из СПЛ типа 3 при $E = 50$ кэв и $L = (\pi/4)L_c$. Черная линия -- расчет с учетом апертуры (итерационный). Красная линия -- результат аналитической теории.

$$G_1(x) = \frac{P(x, r_i)}{C_L^{1/2}} \frac{A_0}{u_0} \int_0^{u_0} du \cos(u) \exp(-gu^2/u_0^2)$$

$$g = \frac{\pi \gamma \alpha_L A_0^2}{4 \lambda r_i C_L}$$

$$u_0 = \frac{\pi A_0}{\lambda r_i} x$$

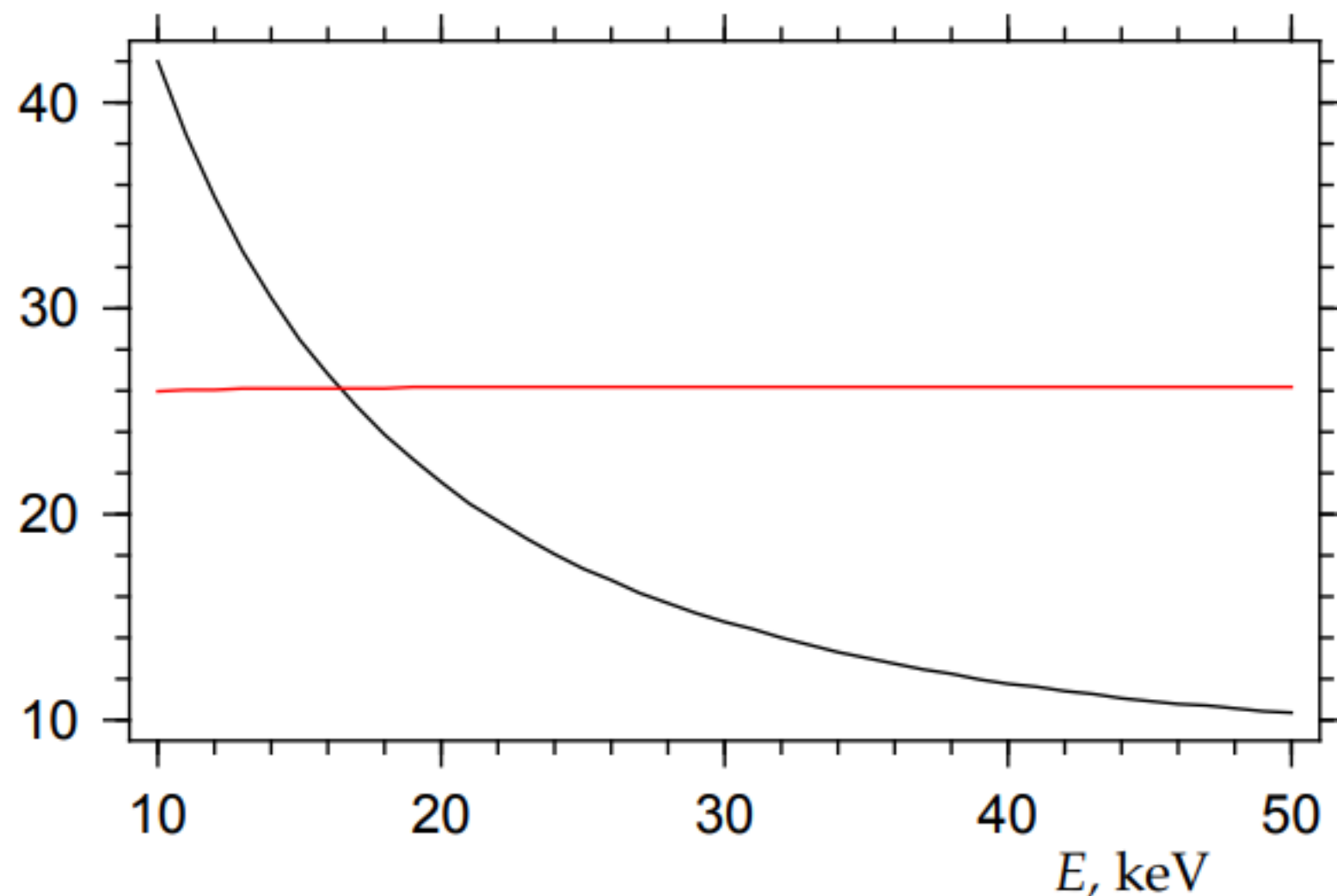


Интенсивность в фокусе для СПЛ типа 3 при тех же условиях, как и раньше. Красная линия -- без поглощения. Черная -- точно. Размер пучка не меняется.

Если поглощением пренебречь, то интеграл вычисляется и размер пучка в фокусе w_f равен

$$w_f = 0.886 \lambda r_f / A_0 = (0.886 h / S_L) w_c, \quad A_0 = A S_L$$

Здесь r_f -- фокусное расстояние, $h = (p/(p - d))^{1/2}$, $S_L = \sin(L/L_c)$

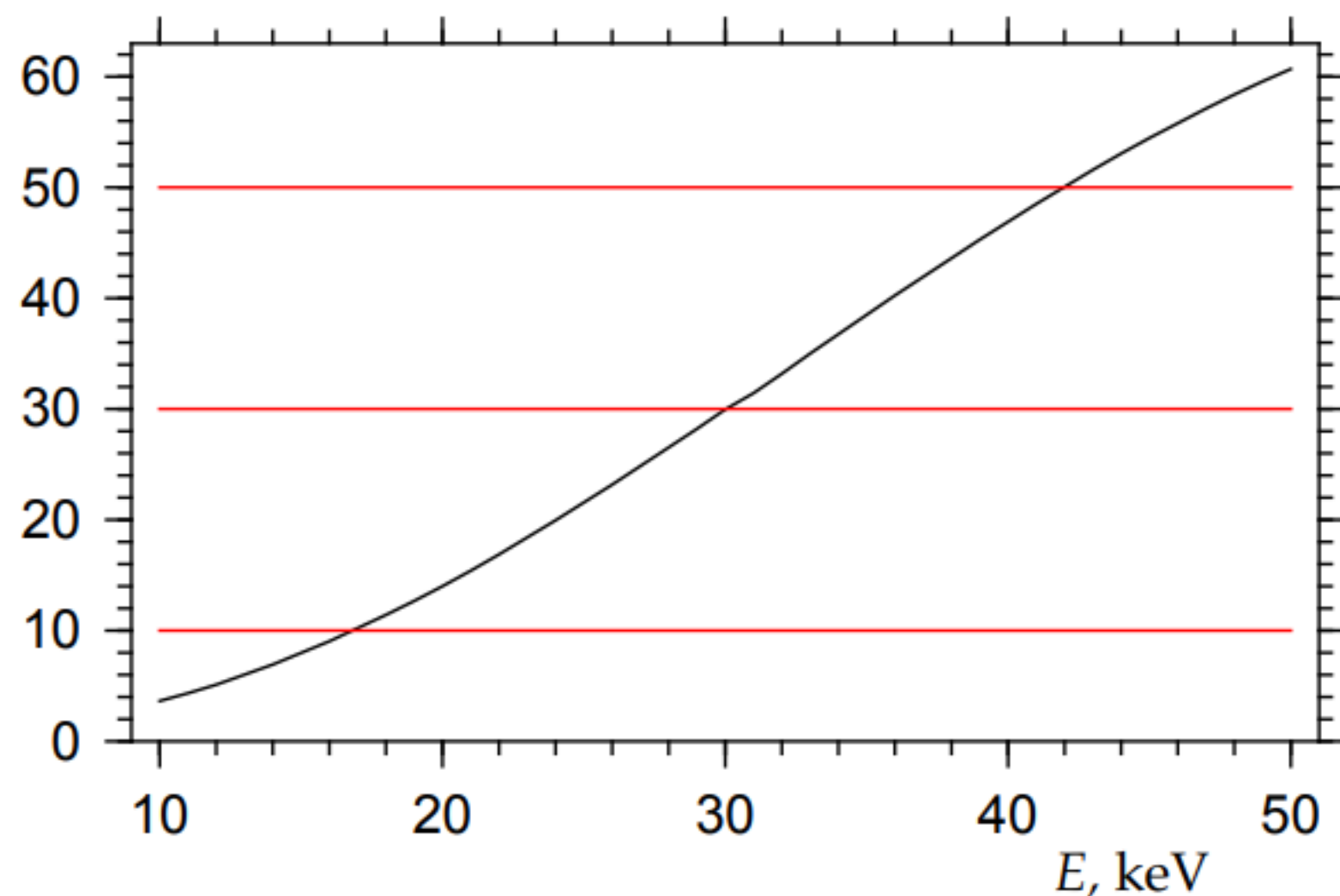


Зависимость размера пучка (в нм) в фокусе от энергии фотонов для СПЛ типа 3 и $L = (\pi/4)L_c$ в двух приближениях: Черная кривая – учет поглощения без учета апертуры. Красная кривая – учет апертуры без учета поглощения.

Можно ввести параметр критической апертуры A_1 и условие

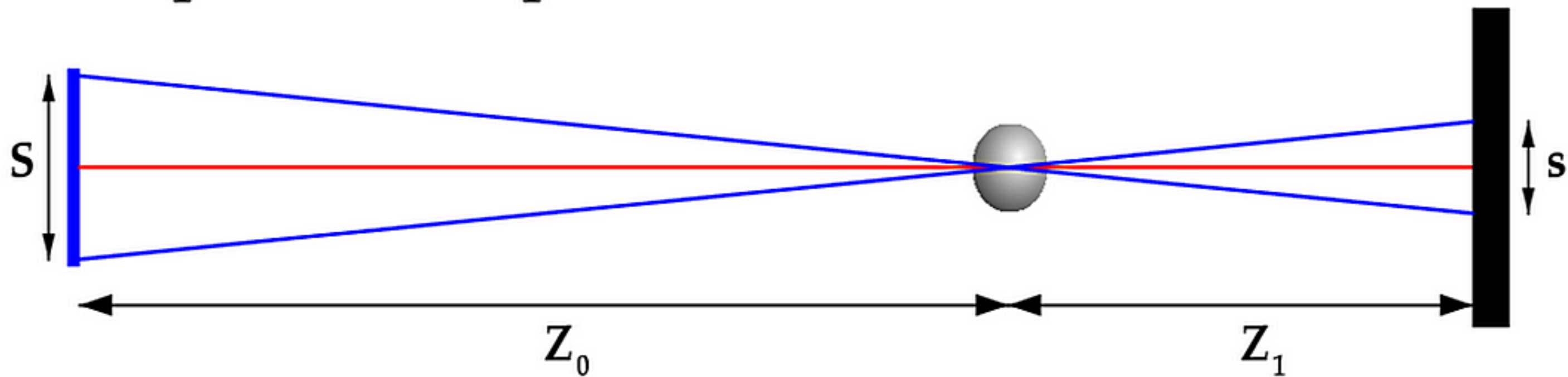
$$A < A_1 = C_A h w_c / \gamma, \quad C_A = 1.779 / S_L \alpha_L$$

Если апертура меньше критической, то старая аналитическая теория не применима.



Зависимость критической апертуры от энергии фотонов для СПЛ типа 3 и $L = (\pi/4)L_c$. Видно, что чем меньше апертура, тем для большего интервала энергий эта апертура влияет на результат.

The problem of spatial coherence due to the source size

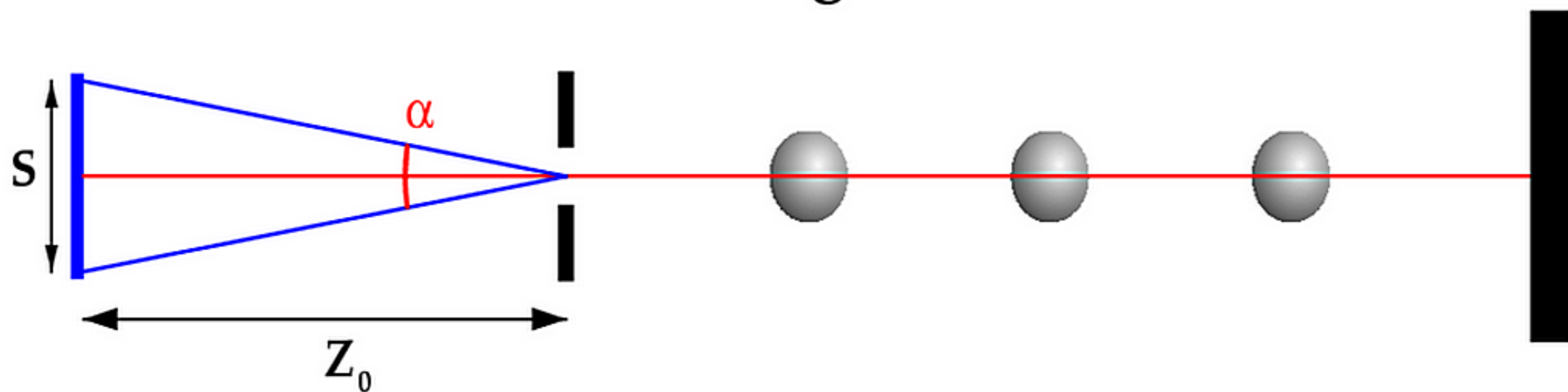


S is the source transverse size, s is the source projection.

$s = S Z_1 / Z_0$ – this relation follows from geometry

Each point source has an own optical axis. Each point source creates the same image of the object which is shifted from the main optical axis. A convolution of image over a source projection can kill the contrast because a mean intensity is not changed.

Transverse Coherence Length



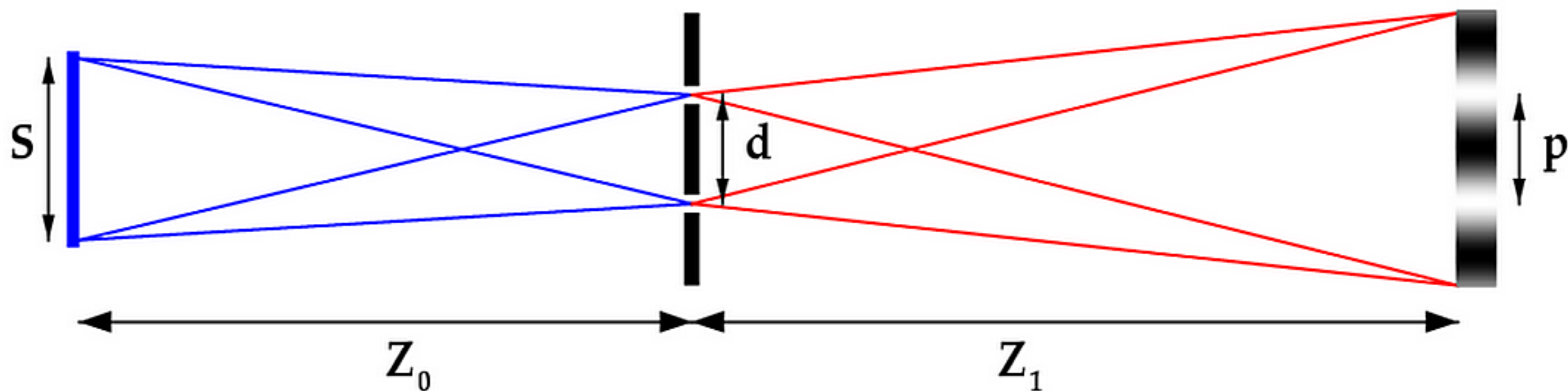
A very useful parameter is a transverse coherent length

$L_{tc} = \lambda/\alpha$, where λ is a wave length, $\alpha = S/Z_0$ is an angle of source.

If a transverse size of object $d < L_{tc}$, then a radiation diffracted by object is coherent.

If the object is a slit then it plays a role of secondary coherent source for all subsequent objects. The 2D slit or a pinhole is a standard way to obtain a coherent source.

How to understand Coherence



A simple example with a two slits interference (Young's experiment). It is followed from Fresnel propagator that period of fringes $p = \lambda Z_1/d$. The source projection is $s = SZ_1/Z_0$. A convolution of fringes over the distance s does not kill the contrast if $s < p$ or $d < L_{tc} = \lambda Z_0/S$.

Coherence is a condition to observe interference.

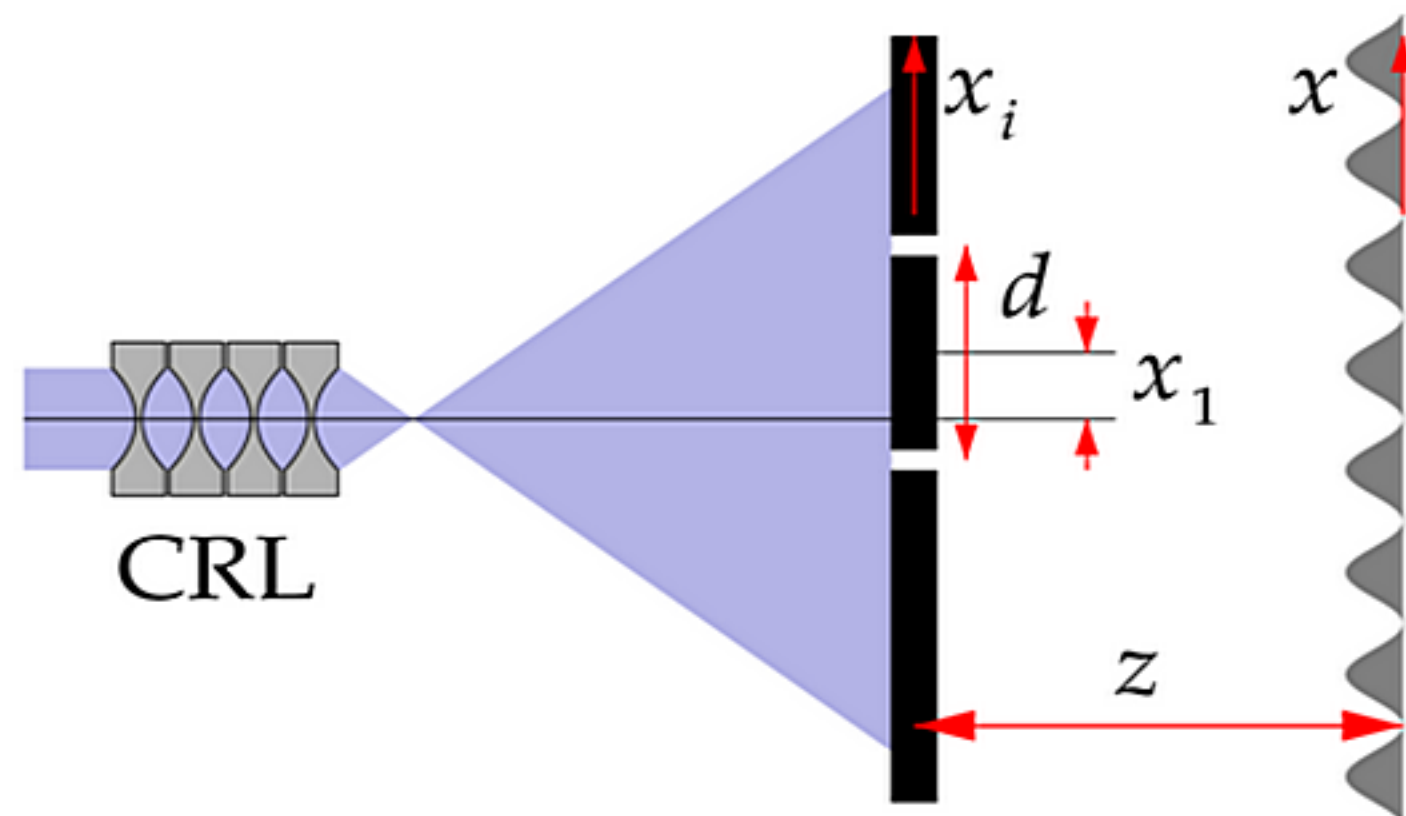
It is necessary for the phase contrast because a phase does not change the integral intensity.

Поперечная когерентность после фокусировки системой линз

Общая аналитическая формула для волновой функции излучения

$$A_0(x, x_s) = T_0(x, a)P(x - x_s, b)T_0(x_s, c)$$

позволяет определить свойства пространственной (поперечной) когерентности пучка после прохождения системы линз, связанные с конечным размером источника. Для этого рассмотрим симуляцию эксперимента Юнга с двумя щелями



Необходимо вычислить еще один интеграл

$$A(x, x_s) = \int dx_i P(x - x_i, z) T_i(x_i) A_0(x_i, x_s)$$

Опуская детали расчета, интенсивность излучения на детекторе

$$I_{rs}(x) = I_0(s, x_1) (1 + F(s, x_1) \cos((2\pi d/\lambda z)(x - x_1')))$$

Период осцилляций равен $\lambda z/d$, это стандартно. Точка с нулевой фазой имеет координату

$$x_1' = x_1(1 - z/z_a + (z/z_b)(1 - MC_s\sigma_s^2/\sigma_1^2))$$

Здесь новые параметры z_a и z_b определяются из комплексных параметров a и b по формуле $z_x^{-1} = \text{Re}(x^{-1})$. Для пустого пространства и точечного источника отсюда имеем $x_1' = x_1(1 + z/z_0)$, это стандартно. Средняя интенсивность равна

$$I_0(s, x_1) = (2z_t C_s^{1/2} \sigma / (\lambda z |b| \sigma_1)) \exp(-(x_1^2 + s^2)/2\sigma_1^2) \cosh(dx_1/2\sigma_1^2)$$

Когерентность определяется функцией

$$F(s, x_1) = \exp(-s^2 C_1^2/2\sigma_1^2) (\cosh(dx_1/2\sigma_1^2))^{-1}, \quad C_1 = 4\pi C_s^{1/2} \sigma \sigma_s / \lambda |b|$$

Можно ввести параметр длины поперечной когерентности $L_{tc}(x_1)$ как полуширины кривой зависимости $F(s, x_1)$ от 1-го аргумента. В общем случае эту длину можно определить лишь численно.

БЛАГОДАРЮ

ЗА

ВНИМАНИЕ