

УДК 621.38+548.732+535.317

О ВОЗМОЖНОСТИ ФОКУСИРОВКИ СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В НАНОМЕТРОВЫЙ РАЗМЕР С ПОМОЩЬЮ АДИАБАТИЧЕСКОЙ ПРЕЛОМЛЯЮЩЕЙ ЛИНЗЫ

© 2022 г. В. Г. Кон^{1,2}, М. С. Фоломешкин^{2,*}

¹Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия

²Институт кристаллографии им. А.В. Шубникова ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН, Москва, Россия

*E-mail: folmaxim@gmail.com

Поступила в редакцию 21.05.2021 г.

После доработки 21.05.2021 г.

Принята к публикации 31.05.2021 г.

Развит новый вариант аналитической теории фокусировки синхротронного излучения (СИ) в нанометровый размер с использованием составных преломляющих линз (СПЛ). Предложена относительно простая как с точки зрения технической реализации, так и с точки зрения теоретических расчетов модель адиабатической преломляющей линзы (АПЛ) в виде каскада СПЛ. Показано, что потенциально реализуемые с использованием технологий микроstructuring поверхности кремния планарные АПЛ способны фокусировать пучок СИ в размер меньше, чем $w_c = \lambda(8\delta)^{-1/2}$ (λ — длина волны, $\delta = 1 - n$, n — коэффициент преломления), достигаемый для СПЛ. Обнаружено, что при высоких энергиях фотонов (более 50 кэВ) теоретически возможные размеры сфокусированного пучка жесткого СИ составляют менее 10 нм для АПЛ из кремния и менее 7 нм для АПЛ из никеля.

ТОЧНАЯ ТЕОРИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ НЕПРЕРЫВНО ПРЕЛОМЛЯЮЩЕЙ РЕНТГЕНОВСКОЙ ЛИНЗЫ

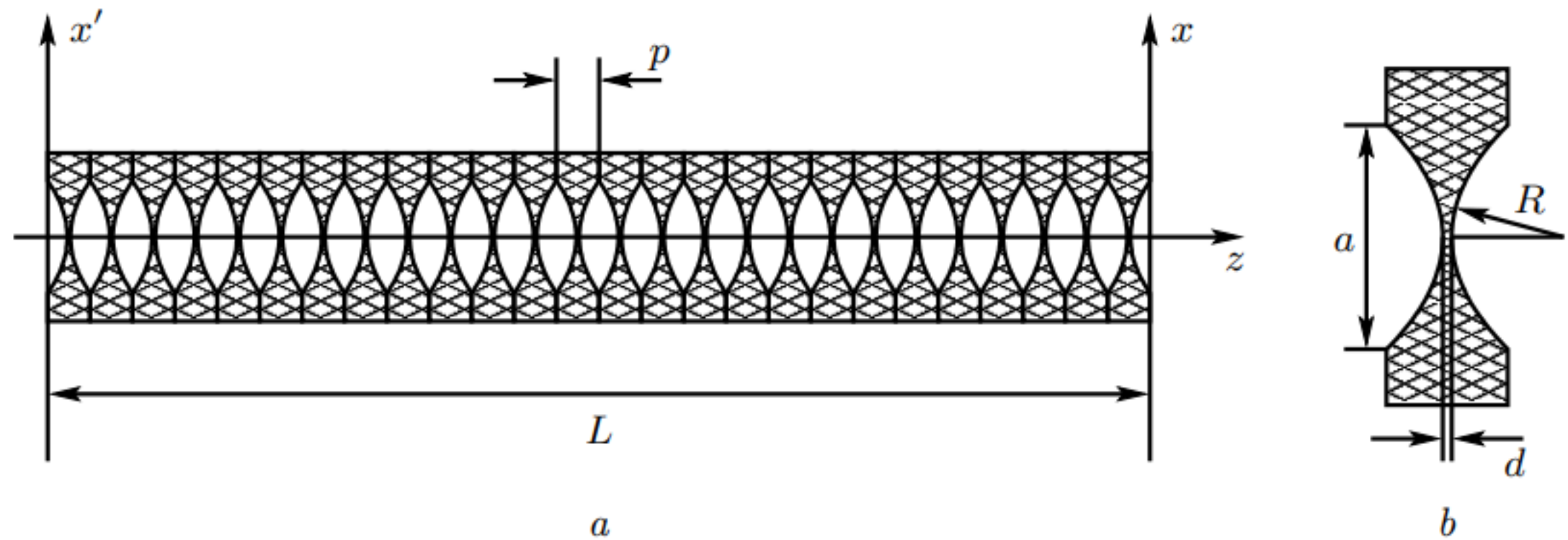
*В. Г. Кон**

*Российский научный центр «Курчатовский институт»
123182, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 30 января 2003 г.

Развита теория формирования изображения с помощью рентгеновской линзы, состоящей из очень большого числа элементов. Каждый элемент имеет двояко-вогнутый параболический профиль и очень слабо преломляет рентгеновский пучок. Такая линза может иметь относительно большую длину, сравнимую с длиной фокуса, поэтому приближение «тонкой» линзы неприменимо. Получено точное выражение для пропагатора непрерывно преломляющей линзы, который описывает перенос излучения через преломляющую параболическую среду. Вычислен пропагатор изображения, который описывает фокусировку параллельного пучка и перенос изображения (фокусировку микрообъекта), а также фурье-преобразование функции пропускания микрообъекта с помощью линзы. Эффективная апертура рентгеновской линзы полностью определяется поглощением излучения и не зависит от ее геометрических поперечных размеров. Если записать комплексный показатель преломления в виде $n = 1 - \delta + i\beta$, то диаметр пучка в фокусе примерно в $0.8\beta/\delta$ раз меньше диаметра эффективной апертуры, причем коэффициент очень слабо зависит от длины линзы. Непрерывно преломляющая линза не имеет аберраций в том смысле, что все лучи, прошедшие через апертуру линзы, фокусируются в одной точке. Линза может фокусировать излучение внутри себя и обладает свойствами волновода, т.е. может восстанавливать структуру пучка при некоторых значениях длины с точностью до искажений, обусловленных поглощением. Неоднородное поглощение рентгеновских лучей в линзе приводит к интересному эффекту визуализации прозрачных микрообъектов при их сфокусированном изображении. При этом изображается градиент сдвига фазы, создаваемой микрообъектом. Обсуждаются особенности фурье-преобразования, связанные с поглощением излучения в линзе.

Аналитическая формула для пропагатора СПЛ



$$\frac{dP_L}{dz} = -ik \frac{x^2}{2z_c^2} P_L + \frac{i}{2k} \frac{d^2 P_L}{dx^2},$$

$$P_L(x, x', 0) = \delta(x - x'), \quad z_c = \left(\frac{pR}{2\eta} \right)^{1/2}.$$

$$P_L(x, x', z) = \frac{1}{(i\lambda z_c s_z)^{1/2}} \times \\ \times \exp \left[i\pi \frac{(x^2 + x'^2) c_z - 2xx'}{\lambda z_c s_z} \right]$$

где введены обозначения

$$P(x - x', z) = \frac{1}{(i\lambda z)^{1/2}} \exp \left[i\pi \frac{(x - x')^2}{\lambda z} \right]$$

$$s_z = \sin \frac{z}{z_c}, \quad c_z = \cos \frac{z}{z_c}.$$

Focusing X-Ray Beams to Nanometer Dimensions

C. Bergemann,^{1,*} H. Keymeulen,² and J. F. van der Veen²

¹*Laboratorium für Festkörperphysik, ETH-Hönggerberg, CH-8093 Zürich, Switzerland*

²*Paul Scherrer Institut, CH-5232 Villigen, Switzerland and ETH-Zürich, Zürich, Switzerland*

(Received 27 June 2003; published 10 November 2003)

We address the question: what is the smallest spot size to which an x-ray beam can be focused? We show that confinement of the beam within a narrowly tapered waveguide leads to a theoretical minimum beam size of the order of 10 nm (FWHM), the exact value depending only on the electron density of the confining material. This limit appears to apply to all x-ray focusing devices. Mode mixing and interference can help to achieve this spot size without the need for ultrasmall apertures.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.91.204801

PACS numbers: 41.50.+h, 07.85.Qe, 61.10.-i

At synchrotron radiation sources a variety of focusing devices for hard x rays (> 8 keV) are presently in use for x-ray diffraction, microscopy, and holography studies of

uses [1] and Fresnel zone
am sizes down to about
z mirror pairs can compress

$$w_c = \lambda(8\delta)^{-1/2}$$

entrance and exit, respectively. The propagation of electromagnetic radiation through the wedge is described by the Helmholtz equation

$$\Delta u + n^2 k^2 u = 0, \quad (1)$$

with Δ the Laplace operator, k the wave vector, and u the

Focusing Hard X Rays to Nanometer Dimensions by Adiabatically Focusing Lenses

C. G. Schroer¹ and B. Lengeler²

¹*HASYLAB at DESY, Notkestrasse 85, D-22607 Hamburg, Germany*

²*II. Physikalisches Institut, Aachen University, D-52056 Aachen, Germany*

(Received 13 October 2004; published 10 February 2005)

We address the question of what is the smallest spot size that hard x rays can be focused to using refractive optics. A thick refractive x-ray lens is considered, whose aperture is gradually (adiabatically) adapted to the size of the beam as it converges to the focus. These adiabatically focusing lenses are shown to have a relatively large numerical aperture, focusing hard x rays down to a lateral size of 2 nm (FWHM), well below the theoretical limit for focusing with waveguides [C. Bergemann *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 204801 (2003)].

DOI: 10.1103/PhysRevLett.94.054802

PACS numbers: 41.50.+h, 07.85.Qe

Many experimental techniques at synchrotron radiation sources, such as x-ray scanning microscopy [1], x-ray photon and fluorescence correlation spectroscopy [2], and coherent scattering techniques [3] for the study of nanoparticles, require small and intensive hard x-ray microbe-

In this Letter, we consider a refractive x-ray lens that can overcome this limit by gradually (adiabatically) following with its aperture the size of the beam as it converges to the focus. In this way, the refractive power per unit length increases inside the lens toward its exit approaching a

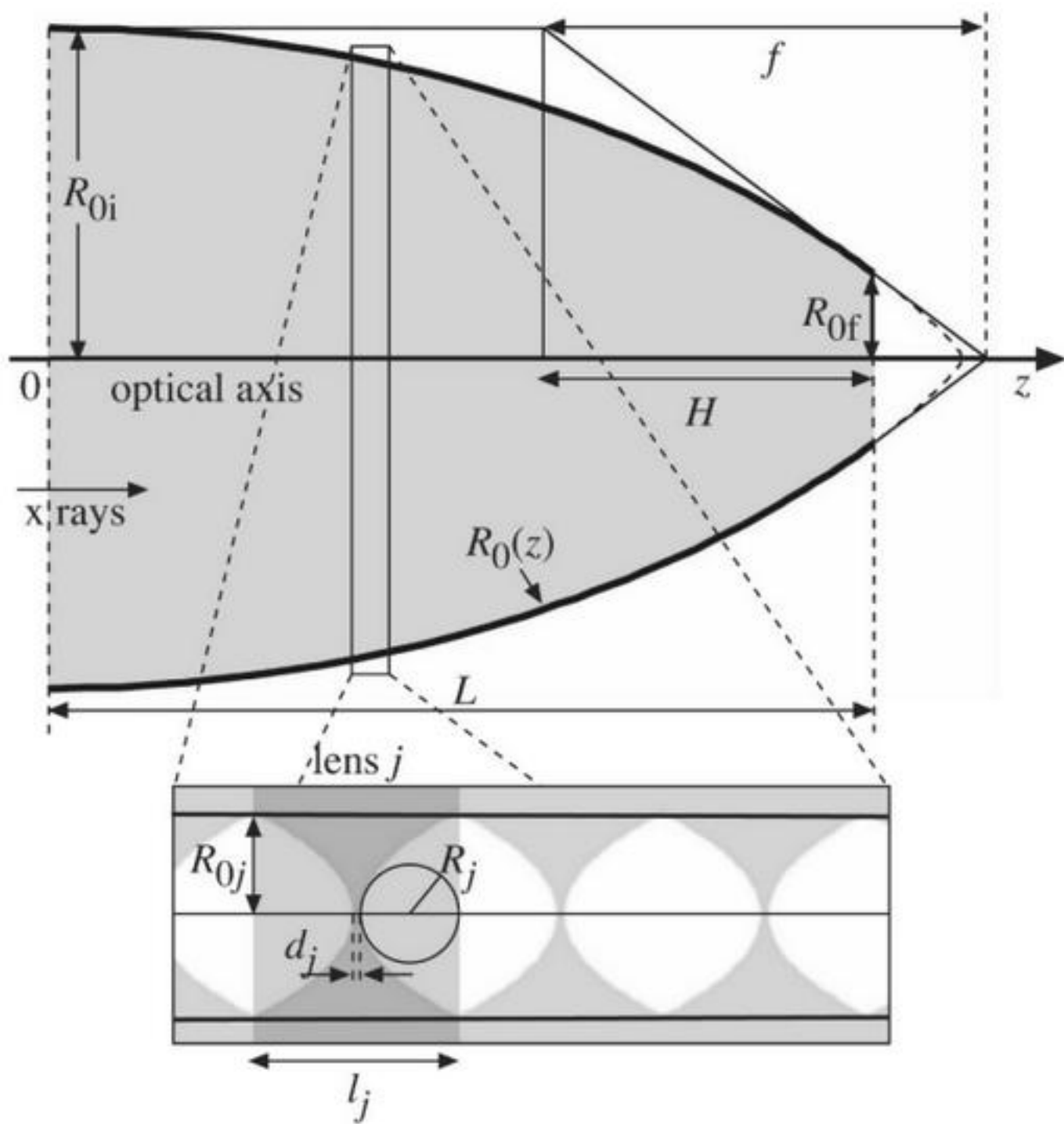
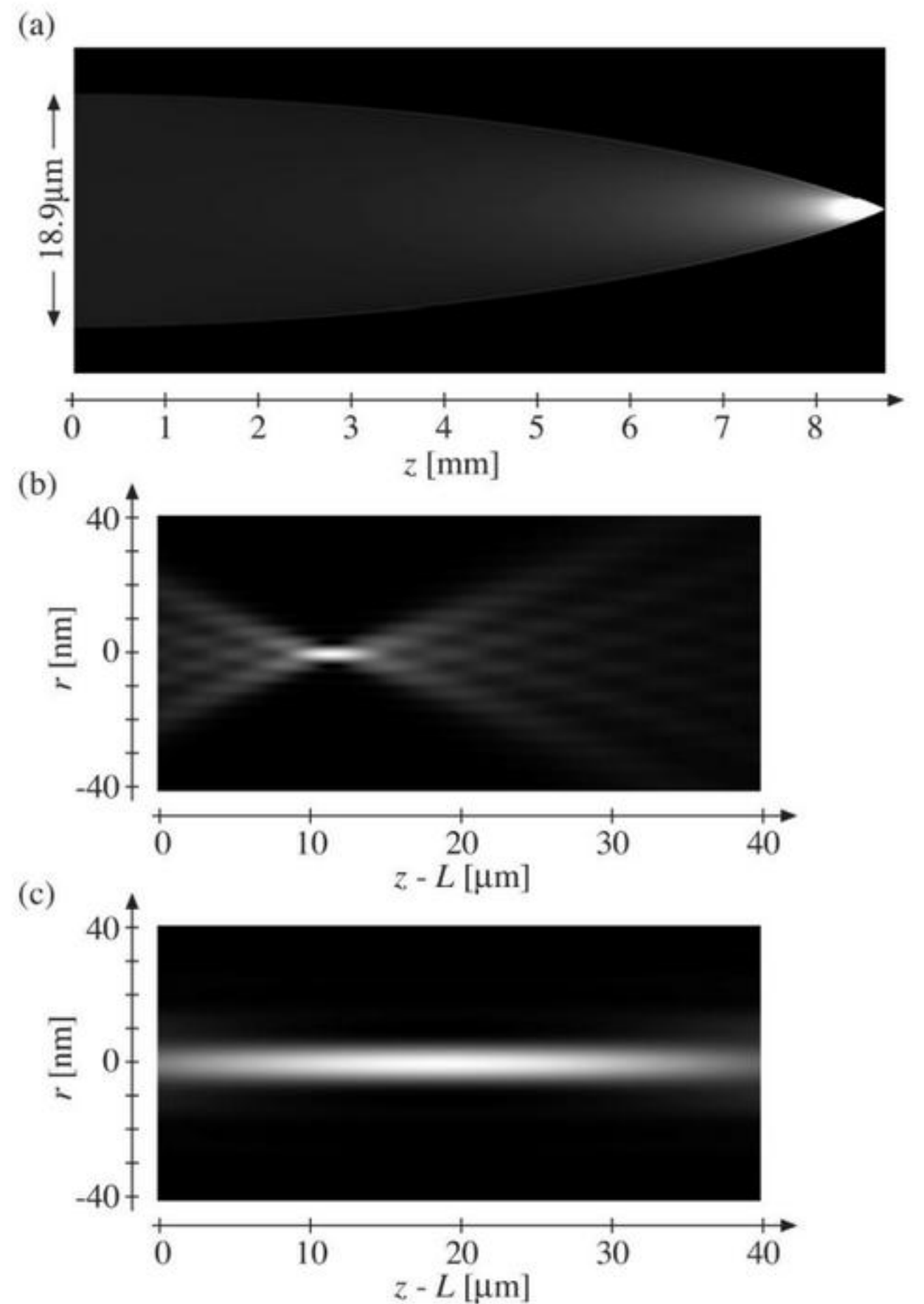


FIG. 3. (a) Intensity distribution of monochromatic x rays propagating through an AFL. (b) Intensity distribution behind the lens. The lateral beam size in the focus is 4.74 nm (FWHM). (c) Intensity distribution behind a nanofocusing lens [5] (lateral beam size 14.2 nm). Distances along the optical axis in (b) and (c) are measured from the exit of the lens.



(2021). **28**, 419–428

Received 1 October 2020

Accepted 21 December 2020

Edited by A. Momose, Tohoku University, Japan

Keywords: X-ray focusing; compound refractive lens; minimum X-ray beam size; nanofocusing; analytical theory.

Feasibility of X-ray beam nanofocusing with compound refractive lenses

V. G. Kohn^{a,b} and M. S. Folomeshkin^{b*}

^aNational Research Centre ‘Kurchatov Institute’, Moscow 123182, Russia, and ^bShubnikov Institute of Crystallography of Federal Scientific Research Centre ‘Crystallography and Photonics’ of Russian Academy of Sciences, Moscow 119333, Russia. *Correspondence e-mail: folmaxim@gmail.com

A more general analytical theory of X-ray beam propagation through compound refractive lenses (CRLs) than the earlier study by Kohn [(2003). *JETP*, **97**, 204–215] is presented. The problem of nanofocusing with CRLs is examined in detail. For a CRL with a relatively large aperture the focusing efficiency is limited by the radiation absorption in the lens material. The aperture does not affect the focusing process and it is replaced by the effective aperture. The X-ray transverse beam size at the focus is then by a factor of $\gamma = \beta/\delta$ times smaller than the transverse beam size just behind the CRL. Here, δ and β are the real and imaginary parts of the CRL material refractive index $n = 1 - \delta + i\beta$. In this instance, to improve focusing efficiency, it is advantageous to decrease the CRL aperture and increase the photon energy E . However, with increasing photon energy, the material absorption decreases, which results in the CRL aperture impact on the transverse beam size. The latter leads to the fact that with a proper CRL length the beam size is independent of both the aperture and photon energy but depends only on the CRL material electron density and is approximately equal to $w_c = \lambda/(8\delta)^{1/2}$, where λ denotes the radiation wavelength, as predicted by Bergemann *et al.* [(2003). *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 204801].

Угол преломления синего луча

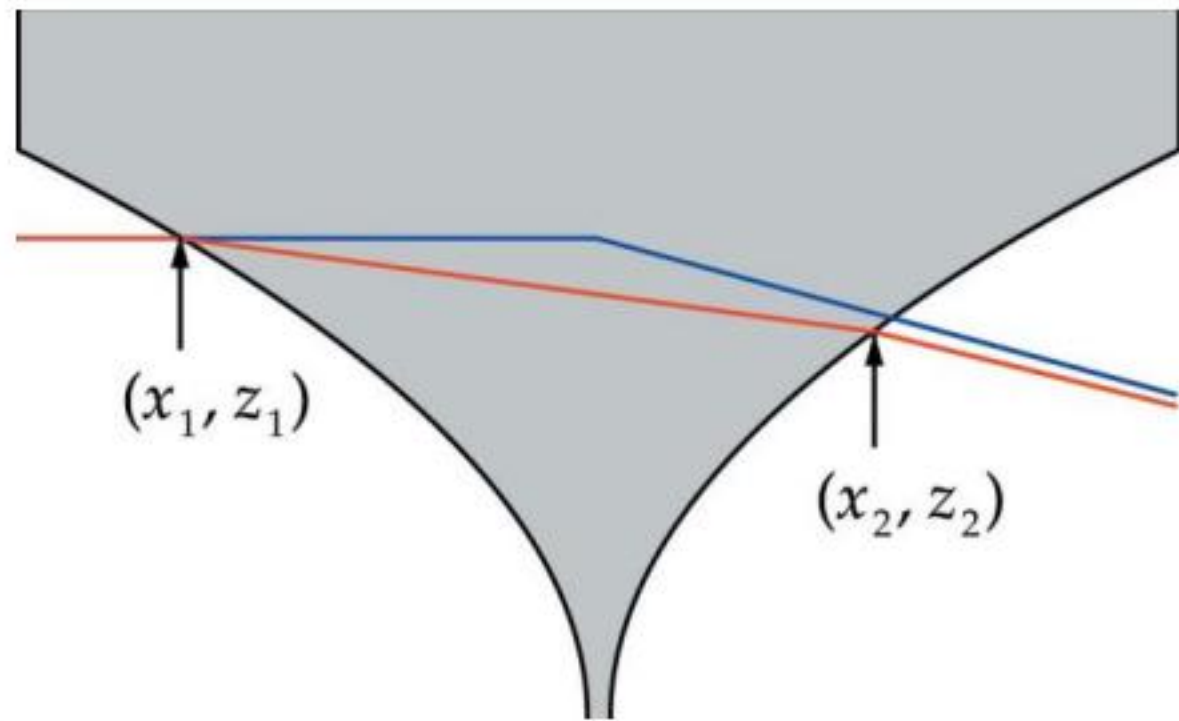


Figure 3

Trajectories of X-rays for the accurate solution of the problem (red line) and in the approximation of compressed lenses (blue line).

$$\Delta\varphi = -K\delta\Delta z$$

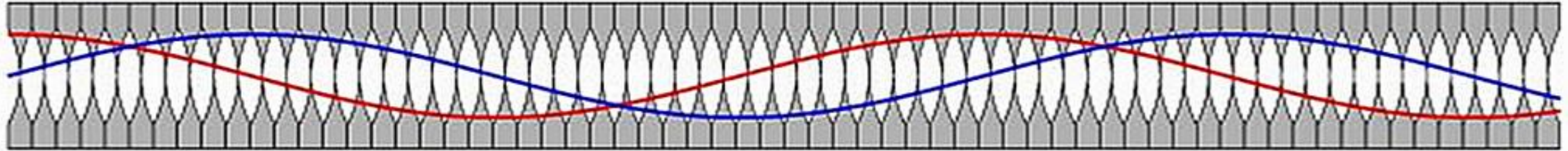
$$\theta = K^{-1} \frac{d\varphi}{dx}, \quad K = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Delta\varphi = -K\delta x^2/R.$$

$$\Delta\theta = -\delta \frac{x}{R}$$

**Для красного луча формулы сложнее, но есть.
Не показаны, так как не важно.**

Ray Tracing - PCR lens (the rays trajectories)



The ray trajectory in a paraxial approximation is described by a simple equation:

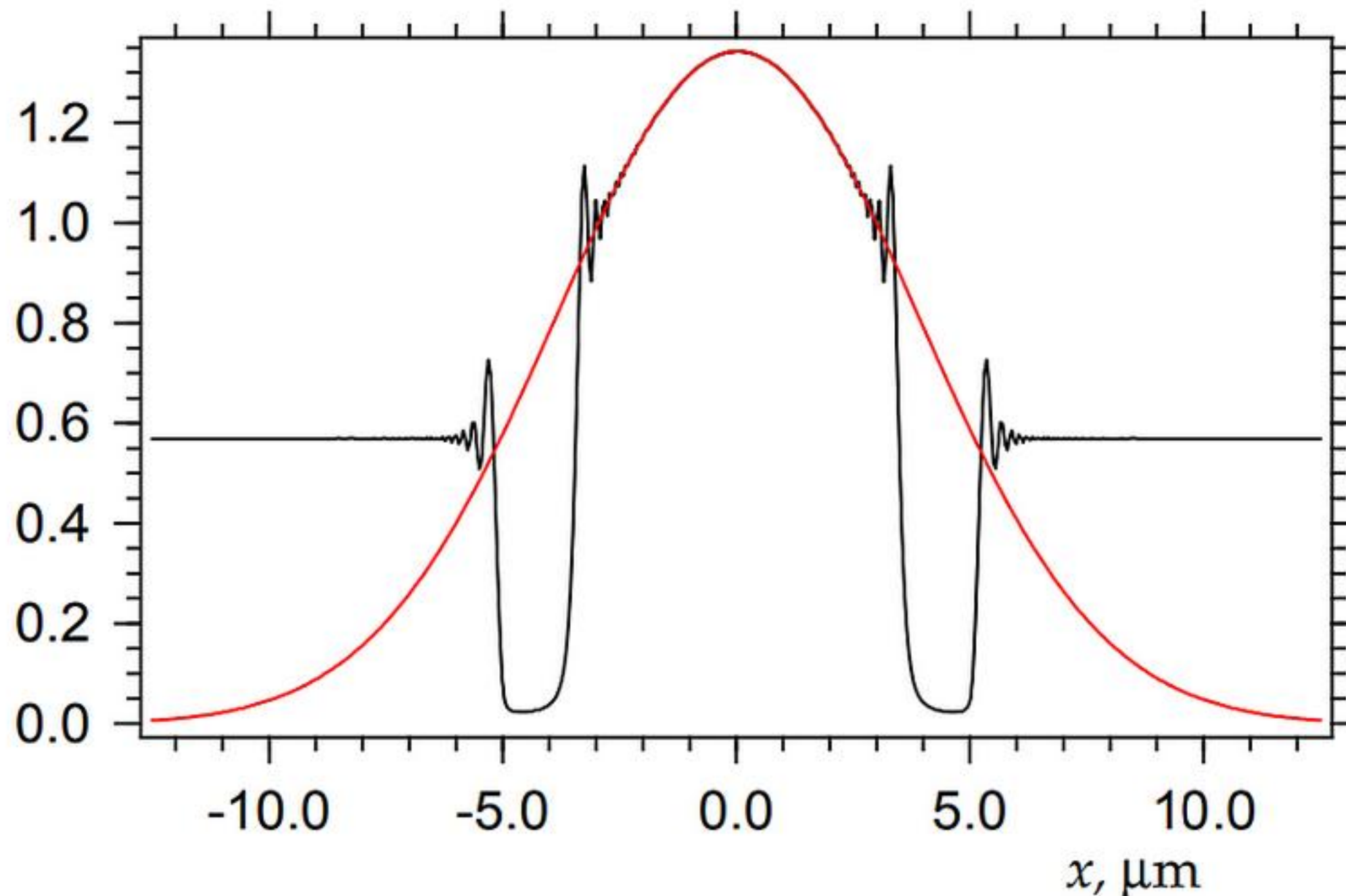


$$x = x_t(z), \quad \frac{d^2 x_t}{dz^2} = -\frac{x_t}{L_c^2}$$

The lens looks like a wave guide. It can focus x rays many time inside itself.

The solution is simply obtained

$$x_t(z) = x_0 \cos(u_z) + \theta_0 L_c \sin(u_z), \quad u_z = \frac{z}{L_c}, \quad L_c = \left(\frac{pR}{2\delta} \right)^{1/2}$$

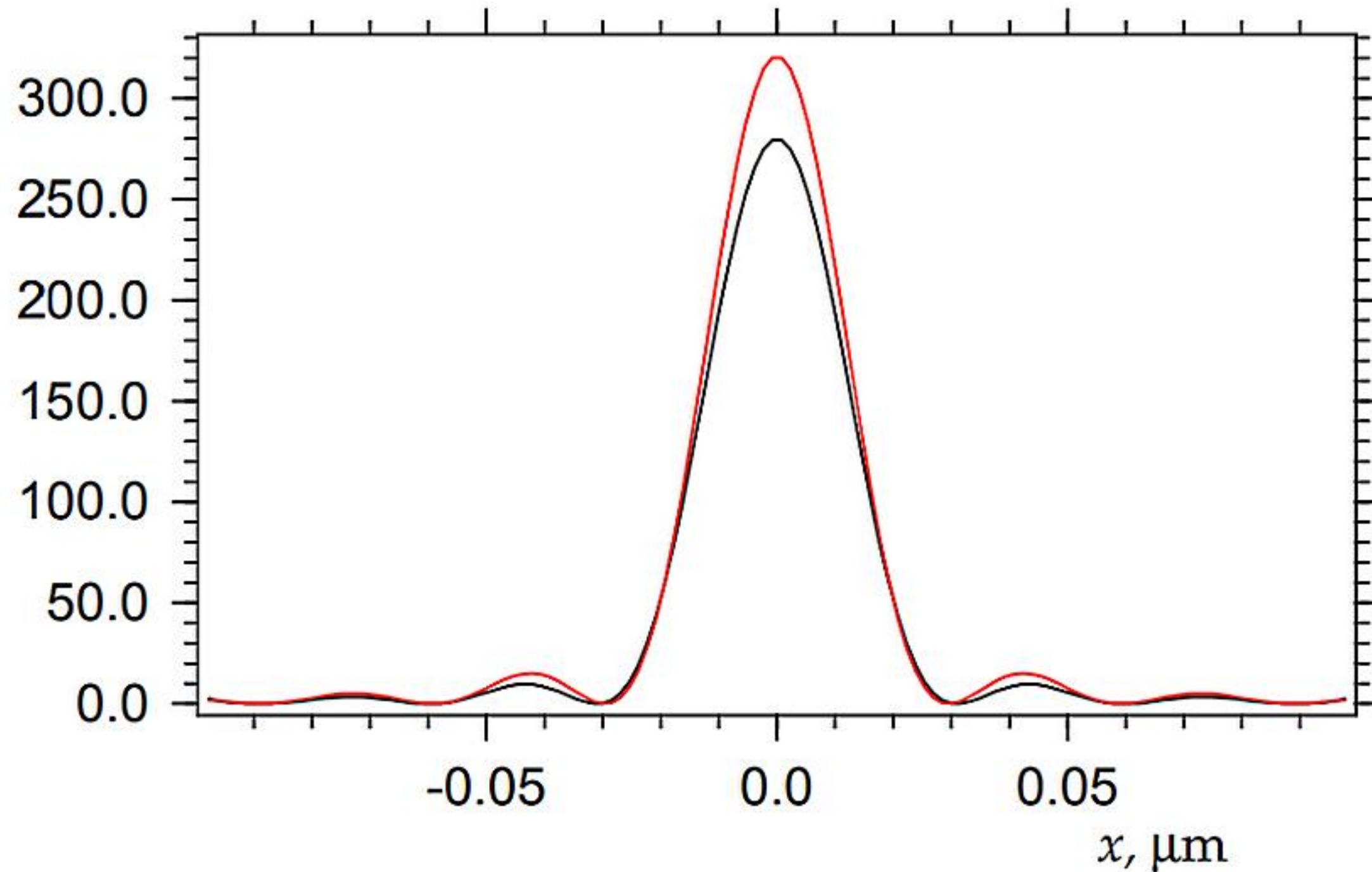


Кривые относительной интенсивности на выходе из СПЛ типа 3 при $E = 50$ кэВ и $L = (\pi/4)L_c$. Черная линия -- расчет с учетом апертуры (итерационный). Красная линия -- результат аналитической теории.

$$G_1(x) = \frac{P(x, r_i)}{C_L^{1/2}} \frac{A_0}{u_0} \int_0^{u_0} du \cos(u) \exp(-gu^2/u_0^2)$$

$$g = \frac{\pi \gamma \alpha_L A_0^2}{4 \lambda r_i C_L}$$

$$u_0 = \frac{\pi A_0}{\lambda r_i} x$$

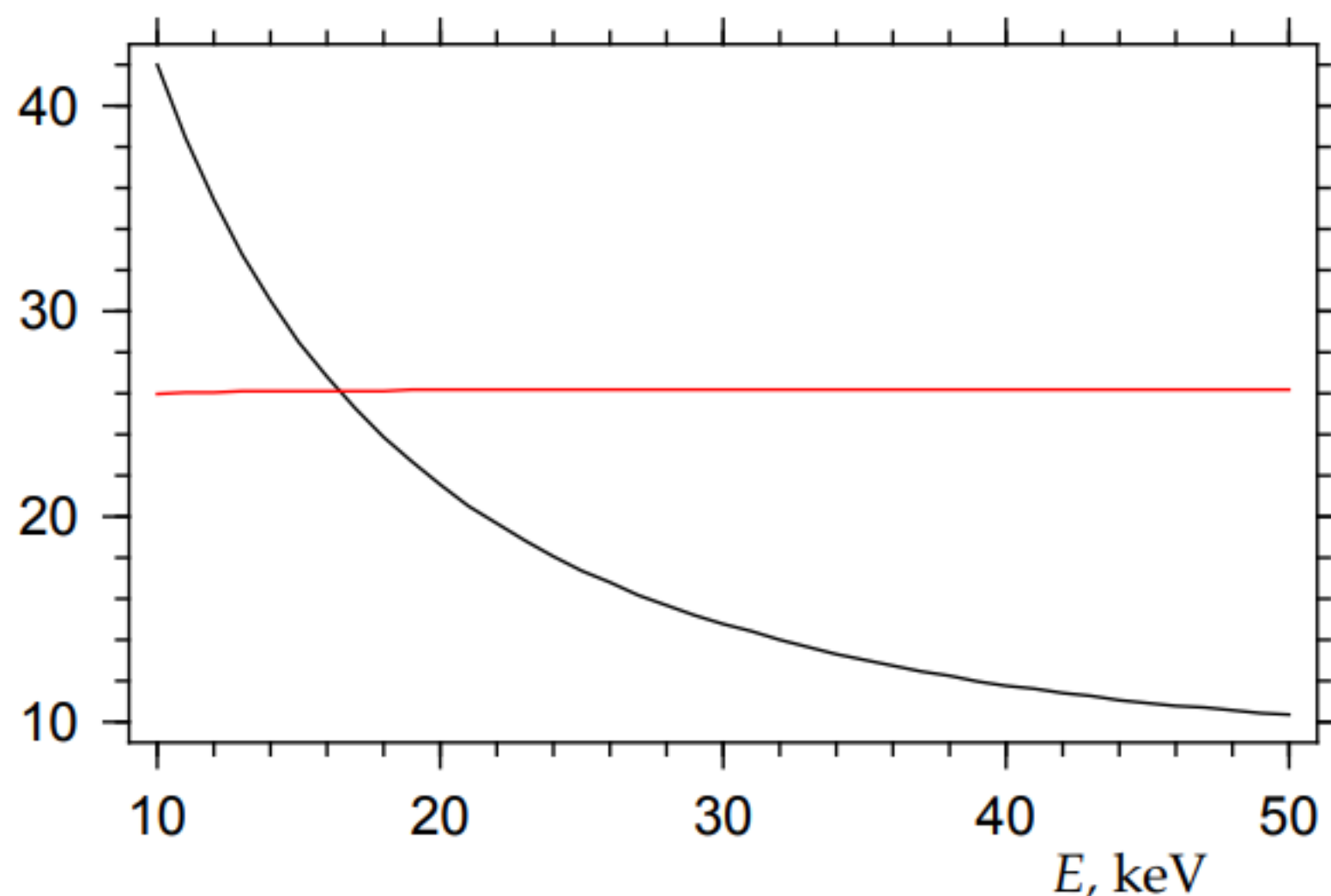


Интенсивность
в фокусе для СПЛ
типа 3 при тех же
условиях, как и
раньше. Красная
линия -- без
поглощения.
Черная -- точно.
Размер пучка
не меняется.

Если поглощением пренебречь, то интеграл вычисляется и размер пучка в фокусе w_f равен

$$w_f = 0.886 \lambda r_f / A_0 = (0.886 h / S_L) w_c, \quad A_0 = A S_L$$

Здесь r_f -- фокусное расстояние, $h = (p/(p - d))^{1/2}$, $S_L = \sin(L/L_c)$



Зависимость размера пучка (в нм) в фокусе от энергии фотонов для СПЛ типа 3 и $L = (\pi/4)L_c$ в двух приближениях: Черная кривая – учет поглощения без учета апертуры. Красная кривая – учет апертуры без учета поглощения.

Результаты аналитической теории (компактно)

Если падающая волновая функция излучения

$$\psi_0(x) = C_0 \exp(-i\pi x^2 / \lambda f_{0c}), \quad 1/f_{0c} = 1/f_0 - i\lambda C_w^2 / w_0^2, \quad C_w = (2\ln 2 / \pi)^{1/2} = 0.6643$$

$$w_0 = \text{FWHM of intensity profile } |\psi_0(x)|^2$$

то на конце СПЛ с длиной L она имеет такой же вид
с заменой C_0 и f_{0c} на C и f_c , которые равны

$$f_c = a_L / b_L, \quad C = C_0 (f_{0c} / a_L)^{1/2}, \quad a_L = f_{0c} c_L - z_c s_L, \quad b_L = c_L + s_L f_{0c} / z_c,$$

$$c_L = \cos(L/z_c), \quad s_L = \sin(L/z_c), \quad z_c = (pR/2\eta)^{1/2}, \quad \eta = 1 - n = \delta - i\beta$$

Расчет адиабатической преломляющей линзы по формулам

$$\theta(L) = dx(L)/dL = \theta_a C_L - x_a S_L / L_c. \quad (7)$$

Обычно на источниках СИ расстояние от источника до экспериментальной станции весьма велико и приближенно можно считать, что при малом поперечном размере пучка начальный угол луча θ_a равен нулю. Увеличивая в цикле число элементов n_l на единицу, можно найти такое значение, при котором впервые выполняется условие $x(L) < x_a - s$, $s = S/2$. Это определяет длину первой СПЛ, которую необходимо записать в таблицу. При этой длине определяем $\theta(L)$ и заменяем параметры x_a и θ_a на новые значения и переходим ко второй СПЛ. Описанную процедуру нужно повторять до тех пор, пока не дойдем до последней СПЛ в каскаде. Число элементов в последней СПЛ можно рассчитать таким же образом, предварительно задав значение минимального размера пучка на конце АПЛ.

После того как найдены длины всех СПЛ в каскаде, формулы (1)–(4) позволяют рассчитать изменение волновой функции излучения после прохождения всех СПЛ и получить параметр f_c на конце АПЛ. Как уже отмечалось, начальные условия можно взять как у плоской падающей волны, т.е. $f_{0c}^{-1} = 0$, $C_0 = 1$. Тогда, согласно (1), на конце АПЛ получаем

$$f = (\operatorname{Re}(f_c^{-1}))^{-1}, \quad w_e = C_w [-\lambda / \operatorname{Im}(f_c^{-1})]^{1/2}. \quad (8)$$

Отметим, что аналитическая теория СПЛ не учитывает апертуру и она справедлива только тогда, когда поглощение велико и на конце АПЛ полуширина гауссовой кривой интенсивности меньше апертуры СПЛ.

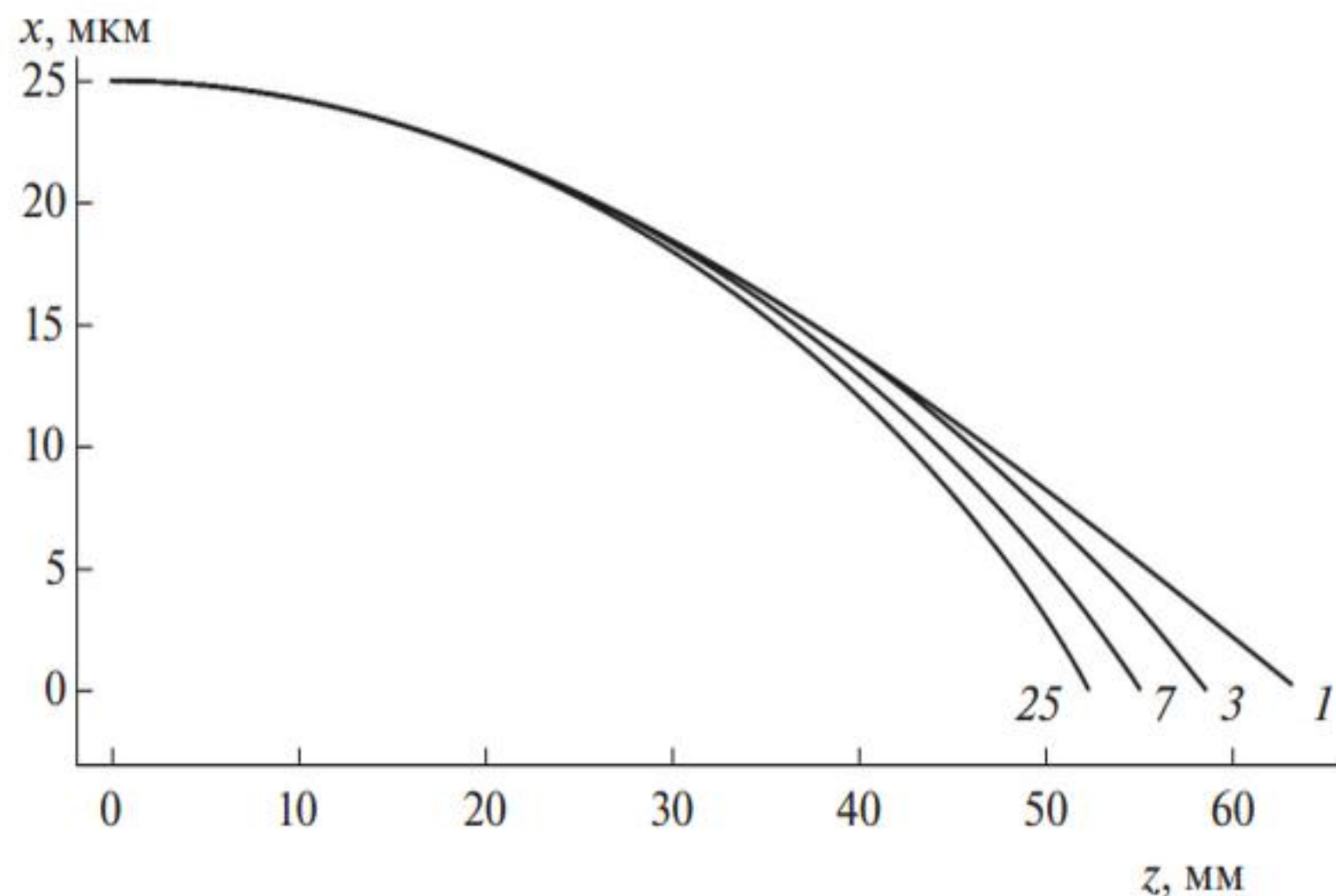
Однако при слабом поглощении этого не происходит, и реальный размер пучка на конце АПЛ ограничен ее апертурой и преломлением. Поэтому

Расчет адиабатической преломляющей линзы при слабом поглощении

$$w_f = (\lambda f / \pi A_e) w_u(g) \quad w_u(g) = FWHM \text{ кривой } [F(u_0)]^2 \quad A_e - \text{апертура на конце АПЛ}$$

$$F(u_0) = \frac{1}{u_0} \int_0^{u_0} du \cos(u) \exp(-gu^2/u_0^2) \quad u_0 = (\pi A_e / \lambda f) x, \quad g = (\ln 2 / 2) (A_e / w_e)^2.$$

Аналитическое решение для $w_u(g)$ можно получить только в предельных случаях. Так, для нулевого поглощения имеем $w_u(0) = 2.783$. В другом предельном случае $g \gg 1$ квадрат функции (9) становится функцией Гаусса с полушириной $w_u(g) = (8 \ln 2)^{1/2} g^{1/2} = 2.355 g^{1/2}$. Универсальное решение для всех значений g можно получить численными методами. Таким способом было выявлено, что в интервале $0 \leq g \leq 6$ функция $w_u(g)$ слабо отличается от линейной зависимости $w_u(g) = w_u(0) + 0.498g$, а при $g > 6$ значение $w_u(g)$ с высокой точностью совпадает с аналитической оценкой, по-



В указанных выше планарных СПЛ из кремния используется следующее соотношение между R и A : $R = A/8$. При этом $p = d + 2A$. Толщина перемишки обычно равна $d = 2$ мкм. В расчетах задавалось такое же соотношение между R и A , $d = 2$ мкм для элементов с апертурой до 10 мкм и $d = 1$ мкм для элементов с меньшей апертурой. Шаг S уменьшения апертуры зависел от числа ступеней n_s . Размер пучка СИ на конце АПЛ, исходя из которого рассчитывается число элементов последней ступени, задан равным 0.5 мкм. Расчеты выполнены с помощью программы, написанной на языке программирования ACL [11], которая выполняется программой, написанной на языке Java.

Рис. 2. Графики траектории лучей, соответствующих краю начальной апертуры АПЛ (Si, $A = 50$ мкм, $E = 50$ кэВ) с разным числом ступеней: 1, 3, 7 и 25. Число ступеней указано в конце кривых. Шаг уменьшения апертуры равен 0, 20, 8 и 2 мкм. С ростом числа ступеней кривизна траекторий возрастает.

*Результаты численных
расчетов по программе
на основе указанных
приближений*

Таблица 1. Параметры фокусировки с помощью АПЛ (Si, $E = 50$ кэВ)

A_1 , МКМ	n_s	f , мм	g	w_f , нм
50	1	0.313	1.38	22.5
	5	0.223	1.83	13.8
	25	0.170	2.08	10.4
	50	0.159	2.12	9.7
30	1	0.372	0.83	20.7
	3	0.267	1.01	14.2
	15	0.190	1.20	10.1
	30	0.174	1.24	9.4

Таблица 2. Параметры фокусировки с помощью АПЛ (Ni, $E = 50$ кэВ)

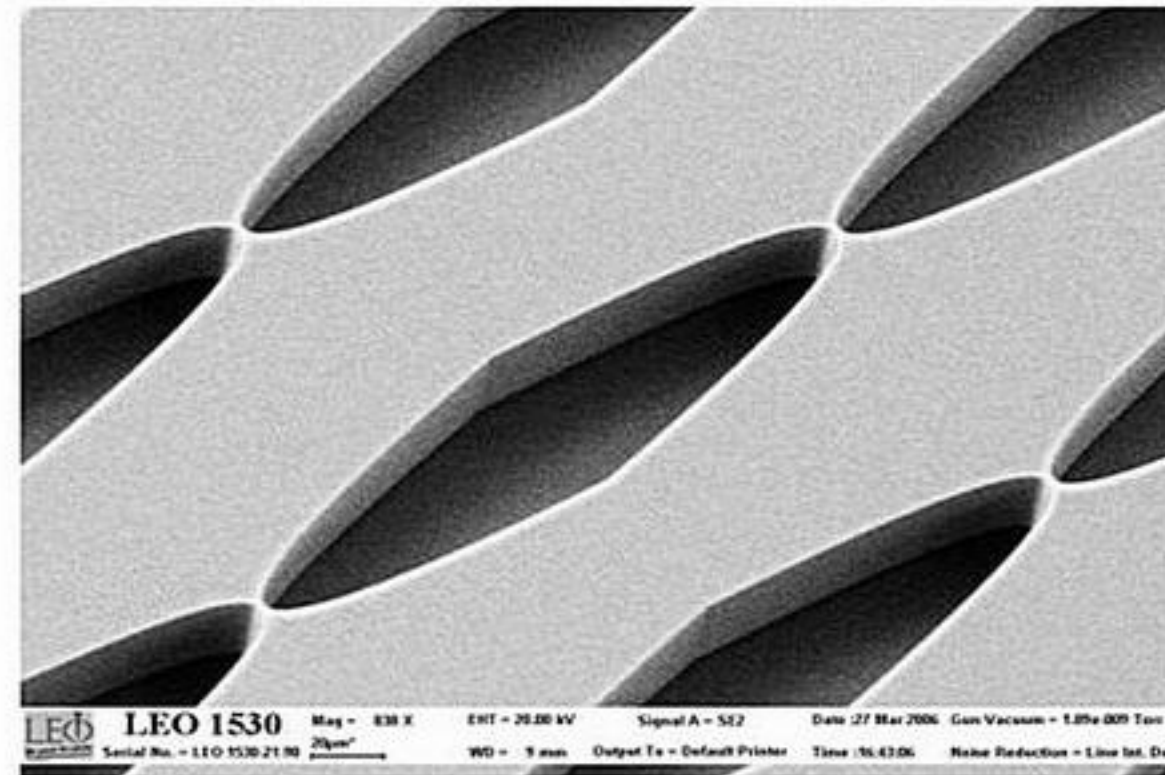
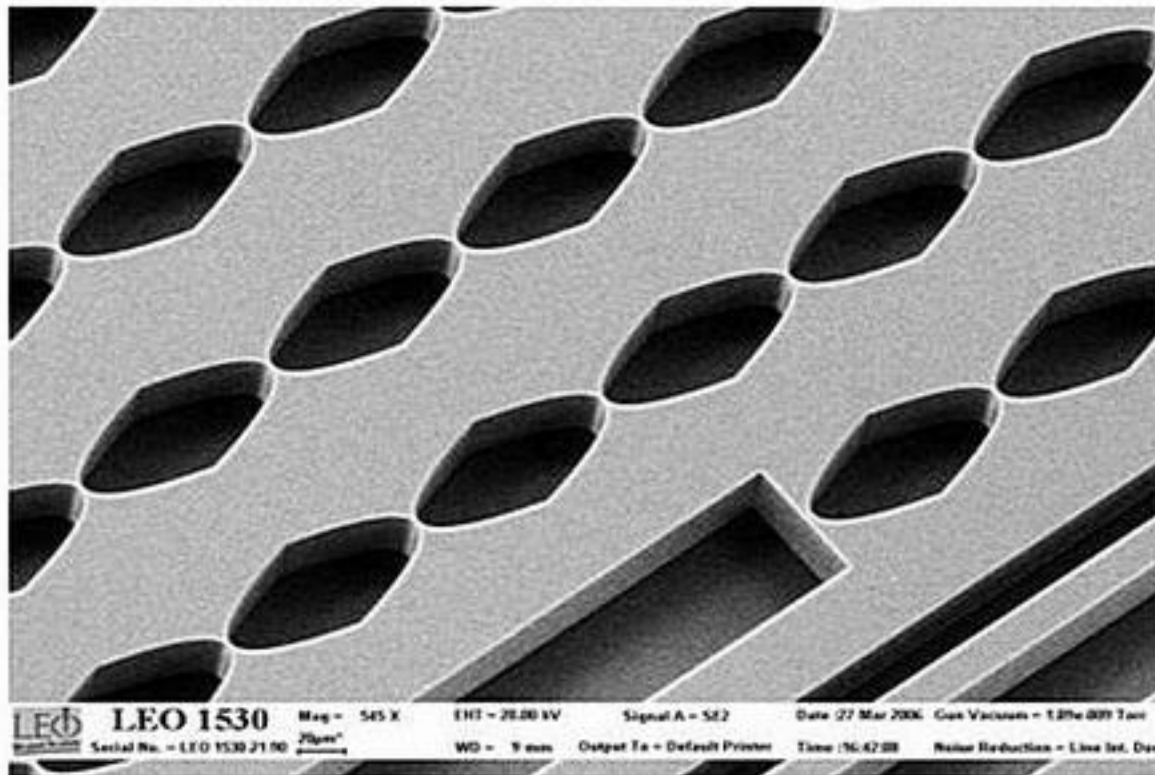
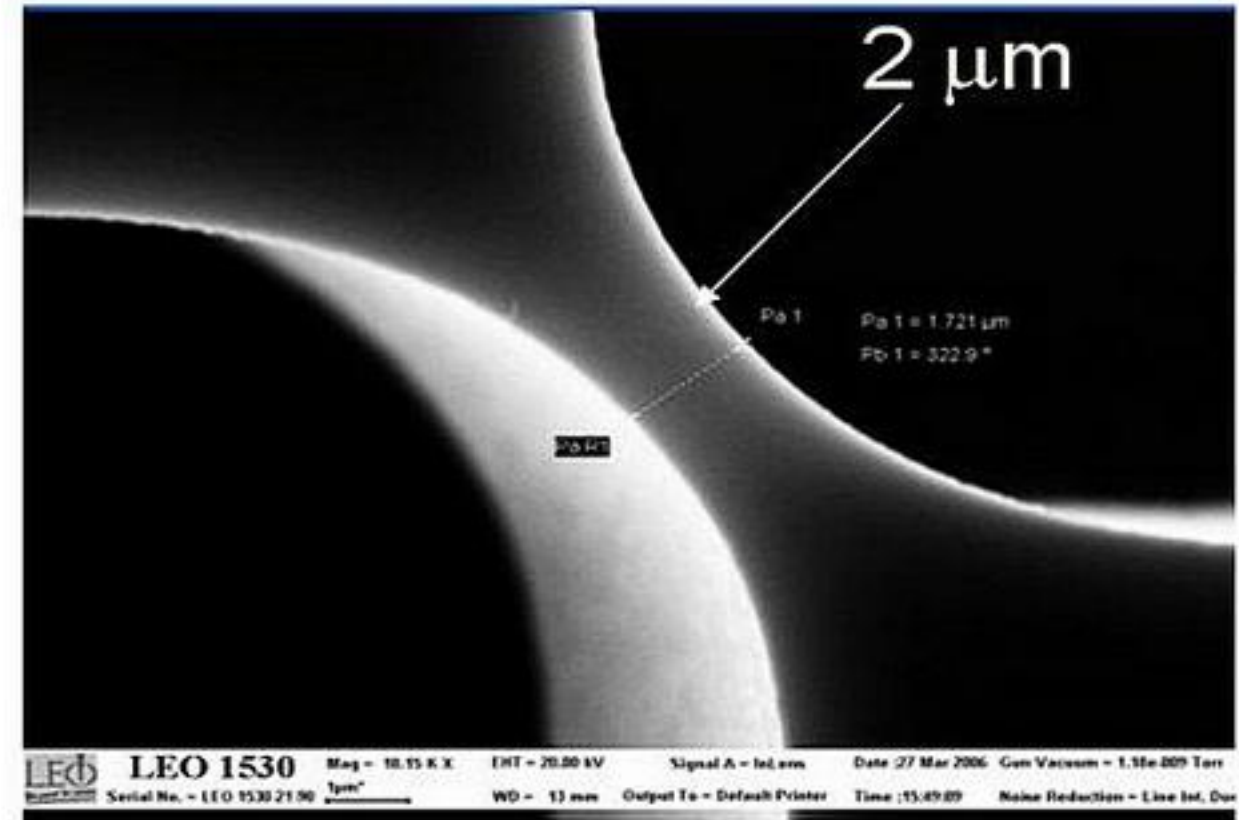
A_1 , МКМ	n_s	f , мм	g	w_f , нм
50	1	0.230	13.2	36.9
	5	0.136	19.8	22.8
	25	0.097	23.1	17.6
	50	0.088	23.7	16.5
30	1	0.184	8.9	26.8
	3	0.132	11.5	19.3
	15	0.103	14.1	14.3
	30	0.093	14.6	13.4

Таблица 3. Параметры фокусировки с помощью АПЛ (Si, Ni, $E = 80$ кэВ)

A_1 , МКМ	n_s	f , мм	g	w_f , нм
Si				
50	50	0.255	1.77	9.3
30	30	0.276	1.04	9.1
Ni				
30	30	0.144	6.85	8.9
10	10	0.182	2.11	6.9

Planar Si lenses nano-focusing and nano-interferometry

Developed e-beam lithography and
deep etching. PRL-2009-103-064801
Chernogolovka, Russia, Yunkin



Информация для принятия к сведению и действию.

Видео хостинг Ютуб стал плохо работать. Я опубликовал на нем 73 записи на разные темы, в том числе и по науке. Доклады на разных конференциях и семинарах, лекции о программах для компьютера. Записи открываются (пока), но не всегда хорошо и всегда медленно.

Я сделал перезапись всех видео роликов на свой канал в сети ВК. Вот ссылка
<https://vk.com/video/@id224526808>

Порядок записей там нарушился и записи не имеют номера для ссылок. На моем сайте есть таблица, показывающая по номерам, вот ссылка
<https://kohnvict.ucoz.ru/sp/byindex11.htm>

Также часть видео записей есть на моем канале видео хостинга Платформа. Он только что появился. Вот ссылка на это канал
<https://plvideo.ru/@x6xA-k-DM909/videos>

Заходите, ставьте лайки, если понравится и подписывайтесь, будут и новые записи. Всем добра, здоровья и удачи !

**БЛАГОДАРЮ
ЗА
ВНИМАНИЕ**